

弾性波伝播データを用いた深層学習による薄膜構造物の形状推定

Shape Estimation of Thin Membrane Structure Based on Deep Learning Using Elastic Wave Propagation Data

指導教授 奥山 圭一

M9020 中村 涼太
Ryota Nakamura

Shape measurement in orbit is one of the important technologies for future space mission that needs to control the shape of membrane space structures with high accuracy. Photogrammetry is currently a major method of the measurement, but it is quite difficult to take photos of large space structure in space. In this study, a novel shape estimation method is proposed that utilizes elastic wave propagation on the membrane surface. The correlation between shape of the membrane structure and elastic wave propagation data is evaluated by using deep learning. The proposed estimation model is verified using the dataset constructed by the tension test and the elastic wave propagation experiment a small membrane structure.

1. 序論

1.1. 軌道上での大型膜面構造の形状計測

膜材やケーブル材からなる膜面宇宙構造物は軽量性・収納性・展開性に優れており、一度のロケット打ち上げで宇宙空間に大型の構造物を構築できるため、今後の大型宇宙構造物の主要な構造様式として注目されている。しかし、膜構造は圧縮に対する抵抗力が小さいため、微小な荷重でも容易に変形してしまう。この欠点は、アンテナ用展開膜では鏡面精度の低下や、ソーラーセイルでは予期せぬトルク発生や反射効率などの低下の要因となる。また、軌道上での展開形状は、定性的には搭載カメラや分離カメラの画像で観察できるが (Fig.1), 構造物の大型化に伴う高性能化や信頼性向上のためには、軌道上における運動挙動をリアルタイムかつ高精度に計測する技術の開発が今後重要となる。

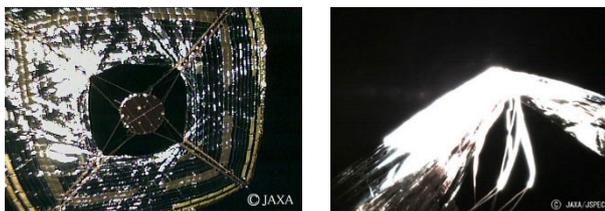


Fig.1 Orbital camera image of IKAROS.

1.2. 光学的計測法

膜面宇宙構造物の状態を短時間で計測する方法として、カメラを用いた画像計測法の研究が盛んに行われている^{[1][2]}。特に、従来は、宇宙構造物の表面形状計測には複数カメラを用いた点計測の1種であるステレオ法^[3]が多く用いられてきた。また、最近では、波長の短いリンクルなどの局所的な変形形状を詳細に計測するため、カメラと市販のプロジェクタを用いた面計測の1種である格子投影法^[4]が注目されている。格子投影法は、撮影画像の画素ごとに3次元位置座標を短時間かつ高精度に求めることが可能である。しかし、宇宙空間で利用する際には、太陽光の反射や撮影時の光量の影響による計測データの欠陥や、宇宙機への計測システムの搭載制限による撮影範囲の限定などの問題がある。光の反射に関しては、宇宙用膜材のポリイミドフィルムに格子投影法を適用した研究^[4]で、「ポリイミドフィルムの光沢が拡散反射として撮影される領域は投影される光量が十分にあれば計測できるが、鏡面反射として撮影される領域では良好に計測することはできない」という結論が示されている^[1]。

1.3. 弾性波伝播を用いた推定法

カメラを用いた光学的計測法を補助・補完するため、膜面の弾性波伝播を利用した形状推定法が提案されている。これ

は、膜面に弾性波励起用のアクチュエータと弾性波検出用のセンサを配置し、それぞれの波形データを理論解析の結果と比較することで膜形状の推定を行う (Fig. 2)。先行研究では、弾性波の周波数における透過率の違いを利用した方法^[5]や弾性波の位相速度の分散性を利用した方法^[6]によって、その有効性が示された。これらの結果は、膜形状と弾性波伝播データに相関関係が存在することを示唆している。

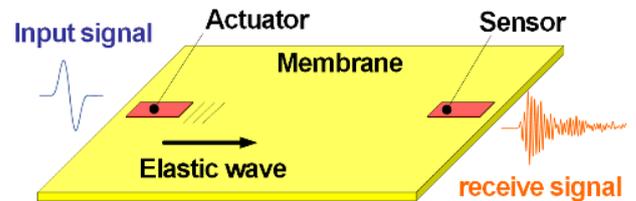


Fig. 2 Elastic wave propagation on the membrane surface.

1.4. 深層学習

機械学習の一種である深層学習は、その技術的な成長に伴い、近年、画像や音声の認識・分類・生成タスクにおける様々な分野への実用化が進められている。特に運動解析では、理論モデルの構築が困難な複雑現象への活用や入出力の高速化への活用などが有効とされている。

1.5. 研究目的

以上のような背景から、本研究では、膜構造の3次元形状とその膜面を伝播する弾性波データの相関関係を明らかにするため、深層学習を用いた推定モデルを提案する。この推定法には、膜理論と弾性波理論を組み合わせた複雑な弾性波伝播モデルを明らかにすることと、地上で学習したモデルを用いて軌道上で高速な形状推定を行うことが期待できる。

具体的には、本研究では、深層学習を用いて膜面を伝播する弾性波の送受振データを入力、3次元座標データを出力とする推定モデルを提案し、膜構造の張力実験および弾性波送受振実験のデータセットを用いてモデルの学習およびテストを行うことで、その有効性を示す。本稿では、2節で提案手法について、3節で検証実験の方法および結果について述べる。

2. 提案モデル

Fig.3に提案モデルの構造を示す。このモデルは、波形データから対応する膜画像を再構築する Wave-to-Membrane (Fig.3の Input から Middle) と、その再構築画像から膜構造の3次元形状を求める Membrane-to-Shape (Fig.3の Middle から Output) で構成される。本節では、それぞれのコンポーネントに用いた深層学習モデルの概要およびその適用方法について説明したあと、最終的な推定の流れについて述べる。

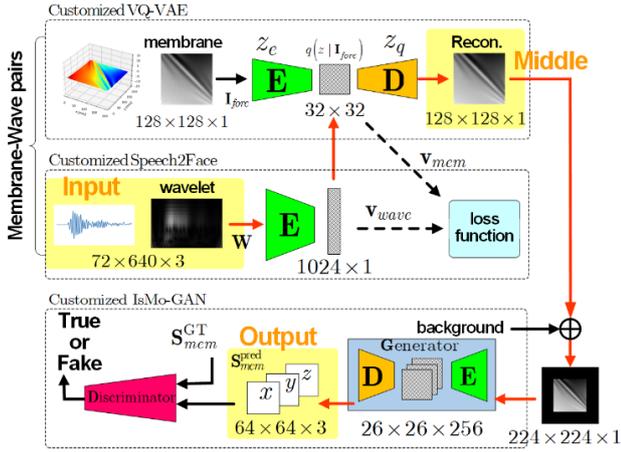


Fig.3 Proposed model architecture.

2.1. Wave-to-Membrane

2.1.1. VQ-VAE^[7]

VQ-VAE とは、正規分布のベクトルになるように学習する VAE^[8] の潜在変数を離散化した数値になるように拡張したモデルである。式(1)のようにエンコーダから得られた潜在変数 $q(z|x)$ は、離散ベクトルとなる。

$$q(z = k | x) = \begin{cases} 1 & \text{for } k = \arg \min_j \|z_e(x) - e_j\|_2, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 K 個 D 次元の埋め込みベクトル e_j を用意し、エンコーダベクトル $z_e(x)$ との二乗誤差が最小となる埋め込みベクトルの番号が離散ベクトルの値 k となる。また、この埋め込みベクトルは、式(2)のようにデコーダへのベクトル $z_q(\mathbf{I}_{fore})$ に置き換えられる。

$$z_q(x) = e_k, \text{ where } k = \arg \min_j \|z_e(x) - e_j\|_2 \quad (2)$$

最終的な損失関数は次式で定義される。

$$\mathcal{L} = \log p(x|z_q(x)) + \|\text{sg}[z_e(x)] - e\|_2^2 + \beta \|z_e(x) - \text{sg}[e]\|_2^2 \quad (3)$$

第 1 項は、エンコーダとデコーダを再構成誤差が小さくなるように学習させる。第 2 項は、埋め込みベクトルをエンコーダベクトルに近づけるように学習させる。そして、第 3 項はエンコーダベクトルを埋め込みベクトルに近づけるように学習させる。sg (stop gradient) は勾配計算なしを意味し、近づけられる方のベクトルを固定することで、第 2 項と第 3 項の学習を進める。

2.1.2. Speech2Face^[9]

Speech2Face とは、音声のスペクトログラムから関連する顔の低次元ベクトルを予測し、対応する顔画像の生成を行うモデルである。このモデルは、Voice エンコーダでスペクトログラムから抽出した 4096 次元の特徴ベクトル \mathbf{v}_s を、Face エンコーダで顔画像から抽出した 4096 次元の特徴ベクトル \mathbf{v}_f に近づけるように学習を行う。損失関数は次式で定義される。

$$\mathcal{L}_{\text{total}} = \|\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s\|_1 + \lambda_1 \left\| \frac{\mathbf{v}_f}{\|\mathbf{v}_f\|} - \frac{\mathbf{v}_s}{\|\mathbf{v}_s\|} \right\|_2 + \lambda_2 \mathcal{L}_{\text{disill}}(\mathbf{v}_f, \mathbf{v}_s) \quad (4)$$

第 1 項は、2 つの特徴ベクトルの最小絶対偏差である。第 2 項は、正規化された 2 つの特徴ベクトルの最小二乗誤差である。そして、第 3 項は knowledge distillation 損失とよばれ、式(5)、(6)で定義される。

$$\mathcal{L}_{\text{disill}}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = -\sum_i p_i(\mathbf{a}) \log p_i(\mathbf{b}) \quad (5)$$

$$p_i(\mathbf{a}) = \frac{\exp(a_i / T)}{\sum_j \exp(a_j / T)} \quad (6)$$

これは、生徒モデル (Voice エンコーダ) の出力分布を教師モデル (Face エンコーダ) に近づけるために、教師モデルの知識を生徒モデルへ継承する効果をもつ。式(4)の λ_1 , λ_2 は、 \mathbf{v}_s に関する各項の勾配が学習初期段階で同じスケールになるように調整する。また、式(6)の T が大きいほどソフトな確率分布を生成し、推奨値は $T = 2$ である。

2.1.3. 適用方法

VQ-VAE は、膜前景画像 \mathbf{I}_{fore} の再構成に適用する。まず、 $128 \times 128 \times 1$ サイズの入力画像 \mathbf{I}_{fore} をエンコーダで $32 \times 32 \times 128$ サイズのベクトル $z_e(\mathbf{I}_{fore})$ に圧縮する。次に、512 個 128 次元の埋め込みベクトル e_j を用意し、 32×32 サイズの潜在変数 $q(z|\mathbf{I}_{fore})$ を求め、 $32 \times 32 \times 128$ サイズのベクトル $z_q(\mathbf{I}_{fore})$ をデコーダに渡す。そして、デコーダから $128 \times 128 \times 1$ サイズの再構成画像を取得する。

Speech2Face は、波形データの特徴ベクトル \mathbf{v}_{wave} から対応する膜画像の特徴ベクトル \mathbf{v}_{mem} を予測する WaveEncoder に適用する。まず、膜形状によって変化する弾性波の伝播強度および分散現象を画像データとして取得するため、連続ウェーブレット変換を用いて周波数解析を行い、 $72 \times 640 \times 3$ サイズの画像 \mathbf{W} を取得する。ただし、チャンネル数 3 はセンサ数とする。次に、 \mathbf{W} を WaveEncoder で 1024×1 サイズの \mathbf{v}_{wave} に圧縮し、学習済みの VQ-VAE モデルで取得した 32×32 サイズの $q(z|\mathbf{I}_{fore})$ を 1 次元化することで 1024×1 サイズの \mathbf{v}_{mem} を用意する。そして、それらを式(4)に代入し、WaveEncoder の学習を行う。

最後に、WaveEncoder で予測した VQ-VAE の潜在空間から明瞭な再構成画像を取得するため、VQ-VAE のデコーダ (WaveDecoder) のみを再学習する。WaveEncoder で予測した埋め込みベクトルの番号から学習済みの e_j を挿入した $32 \times 32 \times 128$ サイズのデコーダベクトルの再構成画像と \mathbf{I}_{fore} を、式(3)の第 1 項に代入し、WaveDecoder の学習を行う。

2.2. Membrane-to-Shape

2.2.1. IsMo-GAN^[10]

IsMo-GAN とは、1 枚の非剛体構造の 2 次元画像からその 3 次元形状を再構成するモデルである。このモデルは、 $224 \times 224 \times 3$ の画像をマスク処理後に潜在空間にエンコードし、 $73 \times 73 \times 3$ の座標値へデコードする。そして、このエンコード・デコードネットワークをジェネレータ \mathbf{G} とし、出力結果の判定用にディスクリミネータ \mathbf{D} を用意することで敵対生成ネットワーク (GAN) ^[11] を構築している。ここで、非剛体構造の M 個の状態をそれぞれ N 枚ずつ用意した入力画像を $\mathbf{I} = \{\mathbf{I}_m\}$, $m \in \{1, \dots, M\}$, $n \in \{1, \dots, N\}$, 3 次元座標の ground-truth を $\mathbf{S}^{\text{GT}} = \{\mathbf{S}_m^{\text{GT}}\}$ とすると、損失関数は次式で定義される。

$$\mathcal{L}_{\text{total}} = \mathcal{L}_{\text{adv.}}(\mathbf{I}, \mathbf{S}^{\text{GT}}) + \mathcal{L}_{\text{iso.}}(\mathbf{G}(\mathbf{I})) + \mathcal{L}_{\text{3D}}(\mathbf{G}(\mathbf{I}), \mathbf{S}^{\text{GT}}) \quad (7)$$

第 1 項は GAN の損失関数であり、次式に示すようにジェネレータ損失 $\mathcal{L}_{\mathbf{G}}$ とディスクリミネータ損失 $\mathcal{L}_{\mathbf{D}}$ の和をとる形で定義される。この損失が小さくすることで、出力結果の品質を向上させる。

$$\mathcal{L}_{\text{adv.}}(\mathbf{I}, \mathbf{S}^{\text{GT}}) = \mathcal{L}_{\mathbf{G}}(\mathbf{I}) + \mathcal{L}_{\mathbf{D}}(\mathbf{I}, \mathbf{S}^{\text{GT}}) \quad (8)$$

$$\mathcal{L}_G(\mathbf{I}) = -\frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \log(\mathbf{D}(\mathbf{G}(\mathbf{I}_m^n))) \quad (9)$$

$$\mathcal{L}_D(\mathbf{I}, \mathbf{S}^{\text{GT}}) = -\frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \left[\log(\mathbf{D}(\mathbf{S}_m^{\text{GT}})) + \log(1 - \mathbf{D}(\mathbf{G}(\mathbf{I}_m^n))) \right] \quad (10)$$

第2項は、次式で定義される。ただし、 $*$ は畳み込み演算子、 σ はガウスカーネルの標準偏差、 x, y は座標値を表す。 \mathbf{S}^{GT} の xy 座標は等間隔の格子点であるため、この損失を加えることで出力結果の座標間距離を保つように学習させる。

$$\mathcal{L}_{\text{iso.}}(\mathbf{G}(\mathbf{I})) = \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \left| \hat{\mathbf{S}}_m^{\text{GT}} - \mathbf{G}(\mathbf{I}_m^n) \right| \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{S}}_m^{\text{GT}} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) * \mathbf{G}(\mathbf{I}_m^n) \quad (12)$$

最後に、第3項の再構成誤差は次式で定義される。

$$\mathcal{L}_{3D}(\mathbf{G}(\mathbf{I}), \mathbf{S}^{\text{GT}}) = \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \left| \mathbf{S}_m^{\text{GT}} - \mathbf{G}(\mathbf{I}_m^n) \right| \quad (13)$$

2.2.2. 適用方法

本モデルでは、膜画像からその3次元形状を推定する過程に IsMo-GAN を適用する。まず、 \mathbf{I}_{fore} に黒背景を合成した $224 \times 224 \times 1$ サイズの膜画像 \mathbf{I} をエンコーダで $26 \times 26 \times 128$ サイズの潜在空間に圧縮する。次に、その潜在空間をデコーダで $64 \times 64 \times 3$ の3次元座標に復元する。そして、3次元座標の ground-truth である $\mathbf{S}_{\text{mem}}^{\text{GT}}$ と推定値 $\mathbf{S}_{\text{mem}}^{\text{pred}}$ を損失関数に代入し、モデルの学習を行う。

2.3. 推定の流れ

まず、 \mathbf{I}_{fore} を用いた VQVAE モデルの学習と \mathbf{I} を用いた IsMo-GAN モデルの学習をそれぞれ行う。次に、 \mathbf{W} を用いて WaveEncoder および WaveDecoder の学習を行う。最後に、検証用データで学習済みの WaveEncoder と WaveDecoder から得られた再構築画像を、学習済みの IsMo-GAN モデルのジェネレータに入力することで $\mathbf{S}_{\text{mem}}^{\text{pred}}$ を取得する。

3. 検証実験

3.1. データセットの構築

提案モデルのデータセット構築のため、膜構造の張力実験および弾性波送受振実験を行う。本実験では、膜構造の3次元座標データとその膜面を伝播する弾性波の送受振データをそれぞれ計測する。実験システムの全体図を Fig.4 に示す。

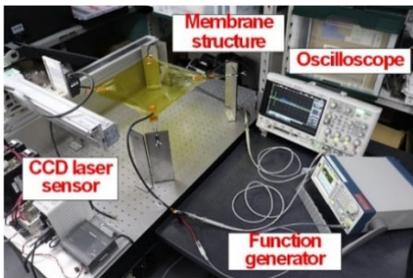


Fig.4 Experimental setup.

3.1.1. 構造システム

Fig.5 に本実験の膜構造を示す。本研究では小型サイズで提案手法の検証を行うため、実験モデルとして 300mm の正方形膜を厚さ $12.5\mu\text{m}$ のポリイミドフィルム (APICAL® NPI, kaneka Co., Ltd.) で作製した。膜の張力負荷によって生じるエッジ部分のリンクルを低減させるため、エッジトリミングによる多角形構造の最適化計算^[12]を行い、11mm だけ切り込

み処理を施している。また、この膜面には弾性波送受振用デバイスとして MFC^[13]を接着する。MFC とは、電圧印加による圧電繊維の伸縮によって歪が発生することでアクチュエータとして機能し、外部から歪が加えられ電圧が発生することでセンサとしても利用可能な圧電素子である。バルク状の PZT 素子と比較すると、薄型で軽量性・柔軟性・耐久性に優れており、膜構造との一体化も可能である。本システムでは、厚さ 0.3mm、長さ 38mm、幅 20mm の MFC (M2814-P1, Smart Material Co., Ltd.) を採用し、1つをアクチュエータ、3つをセンサとして用いる。接着位置は、Fig.5 に示す対角線長 278mm の位置で接着剤転写テープ (465, 3M Co., Ltd.) を用いて貼り付ける。これは、上記の最適化計算で求めた等価張力化でリンクルが発生しない ϕ 287mm の有効面積を計測範囲とするためである。

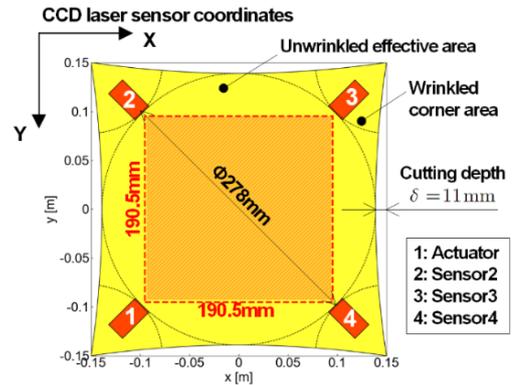


Fig.5 Membrane structure.

本実験で用いる張力機構は、省スペースかつ容易な操作性を実現するため、圧縮ばねの反発力を利用した機構^[14]を用いる。この機構は、較正された圧縮ばねの長さを管理することで任意の張力を膜構造へ負荷することが可能である。

3.1.2. 計測システム

まず、Fig.4 に示すように電動スライドレールに取り付けられた CCD レーザー変位計 (LK-G85, KEYENCE Co., Ltd.) で膜構造の面外変位を計測する。このとき、平面座標は電動スライドレールの回転速度と CCD レーザー変位計のサンプリングレート・測定周期を設定することで取得する。この変位計の測定範囲は $\pm 15\text{mm}$ 、繰り返し精度は $0.2\mu\text{m}$ である。

次に、ファンクションジェネレータで生成した電圧信号を MFC アクチュエータに入力し膜面に弾性波を励起する。そして、この弾性波を 3つの MFC センサで受振し、オシロスコープで波形データを収集する。

3.1.3. 計測データ

Fig.6 に計測結果を示す。本実験では、張力負荷範囲は 0~20N、3次元形状の計測範囲は Fig.5 に示すように 190.5mm 正方形、1.5mm 間隔の 128×128 プロットとする。Fig.6(B)は、Fig.6(A)の計測結果から $224 \times 224 \times 1$ サイズに画像化したもので、前景のサイズは $128 \times 128 \times 1$ である。モデル検証には、これらの画像と 3次元点群を格納したファイルを用いる。

次に、弾性波の送受振データについて述べる。MFC アクチュエータへの入力電圧信号は、中心周波数 20kHz のサイン波 1 周期分にハミング窓を掛けたもので、入力波形とそのフーリエ変換結果を Fig.6(a), (b) に示す。そして、膜面を伝播させ MFC センサで受振した波形を Fig.6(c), そのフーリエ変換およびウェーブレット変換結果を Fig.6(d), (e) に示す。約 80kHz 程度までの広帯域に渡る成分を受振しており、ウェーブレッ

ト変換結果には弾性波の分散性も現れている。モデル検証には、3つのMFCセンサのウェーブレット変換結果を72×640×3サイズに画像化したものを用いる。

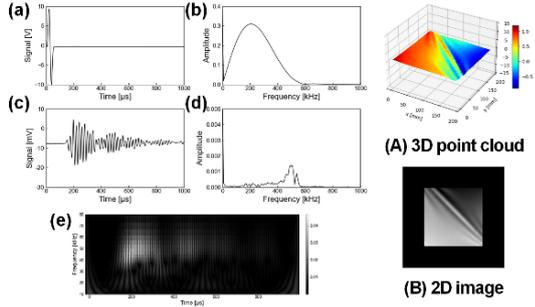


Fig.6 Signal data and wavelet transform image.

3.2. 提案モデルの学習

提案モデルの検証には、3.1節で構築した30パターンのペアデータを計測時のノイズを加えることで拡張した300パターンをデータセットとして用いる。これらのうち、240サンプルを訓練用データ、60サンプルを検証用データとし、すべてのモデルで統一する。また、最適化手法にはAdam^[15]を使用し、それぞれの解析条件をTable.1に示す。

Table.1 Model training condition.

Customized Model	batch size	Learning rate	Epoch
VQ-VAE	8	0.0002	100
IsMo-GAN	8	0.001	1000
WaveEncoder	6	0.001	1000
WaveDecoder	8	0.0002	1000

3.3. 定量的評価

Wからの再構築画像(Recon.)およびI(GT)において、3次元形状の定量的評価について述べる。定量的評価は、式(14)、(15)で定義される \mathbf{S}_{mem}^{GT} と \mathbf{S}_{mem}^{pred} の3D誤差 e_{3D} ^[10]および標準偏差 σ を用いて行う。

$$e_{3D} = \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{\|\mathbf{S}_{mem}^{GT} - \mathbf{S}_{mem}^{pred}\|_{\mathcal{F}}}{\|\mathbf{S}_{mem}^{GT}\|_{\mathcal{F}}} \quad (14)$$

$$\|A\|_{\mathcal{F}} = \sqrt{\sum_{i,j} a_{i,j}^2} \quad (15)$$

GTおよびRecon.において、訓練用データおよび検証用データから求めた e_{3D} の平均値と σ をTable.2に示す。また、検証用データの再構築結果および3次元形状の推定結果から一部抜粋してFig.7に示す。

Table.2 Quantitative comparisons of GT and Recon.

Input	GT/train	Recon./train	GT/test	Recon./test
e_{3D}	0.00211	0.00217	0.00202	0.00209
σ	0.00174	0.00186	0.00170	0.00180

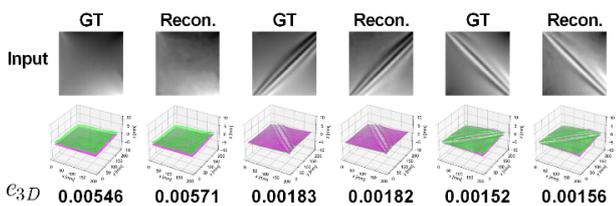


Fig.7 Comparisons of GT test data and Recon. test data.

4. 結論

深層学習モデルを用いて、膜面の弾性波伝播データから膜構造の3次元形状を推定するモデルを提案し、膜構造の張力実験および弾性波送受振実験のデータセットから、その推定結果を示した。また、推定結果の定量的評価を行うことで、提案モデルの有効性を示した。今後、さまざまな実験条件のデータセットを用いてモデル学習を行うことと、より大きいサイズの膜構造への適用が重要となる。

謝辞

本研究は文科省・科研費18H03817の補助を受けました。

参考文献

- [1] Pappa, R., Black, J. T., Blandino, J. R., et al.: Dot-Projection Photogrammetry and Videogrammetry of Gossamer Space Structures, *Journal of Spacecraft and Rockets* Vol.40, No.6, pp.858-867, 2003.
- [2] Dorrington, A. A., Jones, T. W., et al.: Laser-Induced-Fluorescence Photogrammetry for Dynamic Characterization of Membrane Structures, *AIAA Journal* Vol.42, No.10, pp.2124-2129, 2004.
- [3] Yuya Shimoda, Kazuki Watanabe, et al.: Development of Stereo Camera System for Accurate Observation of Deployable Membranes onboard CubeSat, *AIAA journal*, 2017.
- [4] 岩佐貴史, 采光啓太, 杉山遼, 岸本直子, 樋口健, 藤垣元治, 塩川貴之: 格子投影法によるポリイミドフィルムの表面形状計測, *航空宇宙技術*, Vol.11, pp.69-78, 2012.
- [5] Y. Akaike, T. Yokozeki, et al.: Detection of the Wrinkles on a Membrane by the Propagation of Elastic Waves, *Transactions of JSASS*, Vol.12, No. ists29, pp.83-91, 2014.
- [6] T. Yokozeki, T. Miyaoka, Y. Okabe: Identification of Wrinkle States in Membranes Based on Dispersion of Elastic Waves, *Transactions of JSASS*, Vol.10, No.ists28, pp.1-6, 2012.
- [7] Oord, van den A., Vinyals, O., et al.: Neural Discrete Representation Learning, *Advances in Neural Information Processing Systems*, pp.6306-6315, 2017.
- [8] Kingma, D. P. and Welling, M.: Auto-Encoding Variational Bayes, *arXiv preprint arXiv:1312.6114*, 2013.
- [9] T. Oh, T. Dekel, C. Kim, et al.: Speech2Face: Learning the Face Behind a Voice, *arXiv: 1905.09773v1*, 2019.
- [10] S. Shimada, Golyanik, V., Theobalt, C., Stricker, D.: IsMo-GAN: Adversarial Learning for Monocular Non-Rigid 3D Reconstruction, *In CVPR*, 2019.
- [11] Ian J. Goodfellow, Jean Pouget-Abadie, Mehdi Mirza, Bing Xu, David Warde-Farley, Sherjil Ozair, Aaron C. Courville, Yoshua Bengio. Generative Adversarial Networks. *Advances in Neural Information Processing Systems*, pp.2672-2680. 2014
- [12] Mngjun Liu, Jin Huang, Mingyue Liu: Wrinkling reduction of membrane structure by trimming edges, *AIP ADVANCES* 7, 055116(2017).
- [13] H. A. Sodano: Macro-fiber composite for sensing, actuation and power generation, *Thesis in Virginia Polytechnic Institute and State University*, 2003.
- [14] A.S. Bonin, K.A. Seffen: De-wrinkling of pre-tensioned membranes, *International Journal of Solids and Structures*, pp.3303-3313, 2014.
- [15] Diederik P. Kingma, Jimmy Ba: Adam: A Method for Stochastic Optimization, *arXiv: 1412.6980*, 2014.