

ALE 法による自己伸展ブームの伸展動力学

Extension Dynamics of Self-Extensible Boom by the Arbitrary Lagrangian-Eulerian method

指導教授 奥 山 圭 一

M9007 片 岡 星 太
Seita Kataoka

Self-deployable membrane truss, which is a membrane structure deployed by self-deployable truss structure, has high specific rigidity and, high deployment ratio, and its deployment motion is quite simple. Self-deployable truss deploys driven by the self-extension force of the booms, so that it is important to design appropriate extension force of the boom, i.e. it must not be too large to give the structure impact and damage at the end of the deployment and it must be large enough to overcome the friction preventing the deployment. Therefore, it is necessary to model the actual phenomenon accurately in the design of self-extensible boom. In this study, the extension motion of self-extensible boom is formulated by a modified Arbitrary Lagrangian-Eulerian method based on the structure-preserving numerical method, and it is confirmed that the total energy, linear momentum, and angular momentum of the structure are exactly preserved.

第1章 序論

1.1. 研究の背景

近年、ミッションの高度化・複雑化に伴い、大型宇宙構造物を用いた宇宙ミッションが多数提案・開発されている。既存の輸送システムを用いて軌道に大型宇宙構造物を運ぶために、その構造様式として、①軌道上組立て、②伸展・展開構造の大きく2つが採用されている。特に、打ち上げコストを抑えることができることもあって、近年提案されている大型宇宙構造物には、伸展・展開構造が採用されている^{[1]-[4]}。

これらの内、Starshade や SSPS などの高剛性を必要とする構造物には、剛性の比較的高い展開トラス構造と軽量の膜面を組み合わせた膜面トラス構造が適している。また、その展開トラス構造の構造部材としては、コンベックステープを用いた自己伸展ブームが注目されている。コンベックステープは円筒形状のハブに巻き付けて保持することが可能であり、保持を解放することで、巻き付けた際の歪エネルギーを運動エネルギーに変換し、ハブを回転させつつ自己伸展する。

著者らの研究室では、Fig. 1-1 に示すような、自己伸展ブームを用いた展開トラス構造により膜面を展開・展張する構造、すなわち、自己展開膜面トラスが将来の大型宇宙構造物に適用可能だと考え、1本のコンベックステープの自己伸展運動やトラスの構成法・展開挙動に関する研究を行ってきた^{[5]-[7]}。

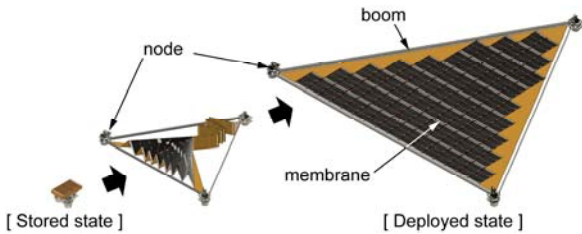


Fig. 1-1 Self-Deployable Membrane Truss.

この自己展開トラス構造では、ブームの伸展力が大きすぎる場合、伸展終了時にトラスのノードに衝撃がかかり、部品の破損に繋がる可能性があることが懸念されている。一方で、伸展力が小さすぎる場合、伸展力が部材間の摩擦力に打ち勝てず、伸展しない。したがって、ブームの伸展力を適切な精度で設計する必要があり、そのためにはブームの変形などの実際の現象を厳密にモデル化する必要がある。

1.2. 自己伸展構造への従来の ALE 法の適用

Fig. 1-2 に、自己伸展構造の基本要素である、1つのノードと1つのブームからなる構造 (1 Node & 1 Boom. 以下、1N1B) を示す。1N1B は、ブーム1本の一端のみをハブに取り付け、1つのノードに収納した自己展開トラス構造である。

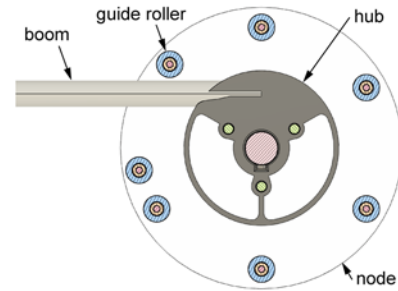


Fig. 1-2 Deployed state of 1N1B.

このうち、ハブに巻き付いているブームについて、伸展運動と共にブームの要素長が伸びていくようなモデルを考え、Fig. 1-3 に示すように、従来の ALE 法^[8]を適用してみる。まず、ブーム上を沿う埋め込み座標 s を用いて、伸展後のブームの i 番目の要素を挟む両節点を、ブーム根元側からそれぞれ s^i, s^{i+1} とおく。このとき、 i 番目要素の長さ L は Eq.(1) のように書け、伸展運動と共に伸びていく。

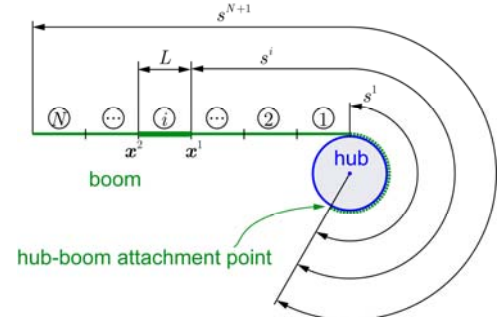


Fig. 1-3 Model with extending element length.

$$L = s^{i+1} - s^i \quad (1)$$

両節点の位置ベクトルをそれぞれ x^1, x^2 、ブーム根元から要素上の任意の点までの埋め込み長さを s としたとき、その点の位置ベクトル x 、速度ベクトル $\dot{x}$ は Eq.(2) と書ける。

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \frac{s^{i+1} - s}{L} \mathbf{x}^1 + \frac{s - s^i}{L} \mathbf{x}^2 \equiv N^p \mathbf{x}^p \\ \dot{\mathbf{x}} = N^p \dot{\mathbf{x}}^p + \dot{N}^p \mathbf{x}^p \end{cases} \quad (2)$$

通常の EM 法^[9]では、任意の点の速度は節点の速度の線形和で表される。これに対し、ALE 法では Eq.(2)の通り、埋め込み座標 s の時間微分を表す $\dot{N}^p$ の項が生じ、詳細は省くが、この項が原因で、エネルギーは保存できるものの、角運動量を保存させることが困難となる。

1.3. 研究の目的

本研究は、従来の ALE 法の課題を解決し、一次元部材の ALE 法を構造保存型解法に拡張することを目的とする。その際、最初にブームを等間隔に分割し、ハブに巻き付けられたブームの剥離をモデル化することで、系全体のエネルギー、運動量、角運動量が保存されることを確認する。

第2章 ハブに巻き付けられたブームのモデル化

本章では、ハブに巻き付けられたブームのモデル化を行う。ハブ、ブーム、ガイドローラの位置関係を Fig. 2-1 に示す。このように、bi-convex^[10]のブームがらせん状・反時計回りにハブに巻き付いているものとする。定式化に用いる文字、記号は Table 2-1 の通りである。なお、特に断りの無い場合は、ノードに固定された局所座標系について考えるものとする。

まず、巻付け角が θ の位置でのらせん曲線の半径 $r(\theta)$ は、

$$r(\theta) = r_h + 2Nh_s\theta + h_s \quad (3)$$

と書ける。ブームは梁要素とし、両節点の位置はらせん曲線上に完全拘束されるものとする。根元側、先端側の節点番号をそれぞれ $i, i+1$ とし、両節点で挟まれた要素を考える。

ブームの根元から節点 i までの長さを L_i とすると、

$$\int_0^{\theta_i} \sqrt{r(\theta)^2 + (2Nh_s)^2} d\theta = L_i \quad (4)$$

となり、 L_i を既知として（すなわち、ブームを等分割し、その要素長が一定であるとして）、 θ_i をこの式から求める。そして、要素の単位長さあたりの平均的な歪エネルギーを

$$p_m = \frac{L_i}{L_{i+1} - L_i} p_{free} \quad (5)$$

と近似する。ただし、 p_{free} はテープに蓄えられる単位長さあたりの歪エネルギー^[10]である。

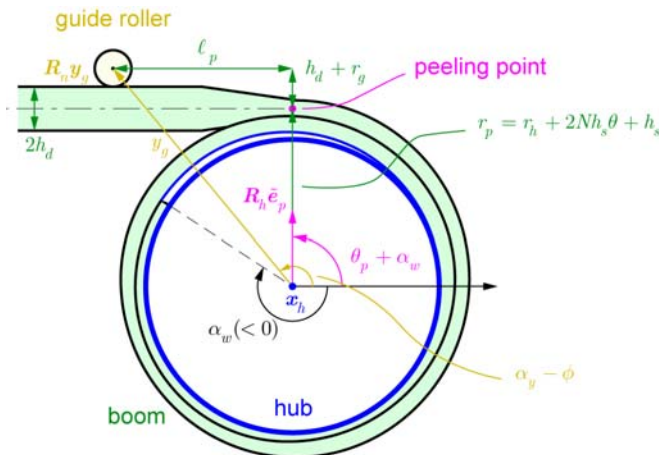


Fig. 2-1 Boom contacting guide roller and wrapped around hub.

Table 2-1 Nomenclature

$\square$	Parameter of $\square$ at time t
$\square$	Parameter of $\square$ at time $t + \Delta t$
$\Delta \square$	Increment value of $\square$ between time step Δt
$\bar{\square}$	Average of $\square$ at time t and $t + \Delta t$
h_d	Thickness of tape in deployed state
h_s	Thickness of tape in stored state
H	Mechanical energy
$\mathbf{M}$	Angular momentum vector
N	Number of attached booms
$\mathbf{P}$	Linear momentum vector
$\mathbf{R}$	Attitude matrix from inertial coordinate system
T	Kinetic energy
V	Strain energy
$\mathbf{x}$	Position vector
α_w	Azimuth of boom-hub attachment point
$\boldsymbol{\alpha}$	Modified Rodriguez vector of Rotational increment
ϕ	Relative angle of rotation of hub

なお、次章以降では、配位変数を $\mathbf{x}_h, \mathbf{x}_n, \boldsymbol{\alpha}_h, \boldsymbol{\alpha}_n, \Delta\phi$ とし、これらの半値 (Eq.(6)) を Newton 法の未知数とする。

$$\begin{cases} \psi_h = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}_h, \psi_n = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}_n, \\ \beta_h = \frac{1}{2} \boldsymbol{\alpha}_h, \beta_n = \frac{1}{2} \boldsymbol{\alpha}_n, \varphi = \frac{1}{2} \Delta \phi \end{cases} \quad (6)$$

第3章 運動方程式

本章では、第 2 章でモデル化したブーム要素について、その拘束状態から場合分けを行い、それぞれの場合の運動方程式を導く。

まず、要素のハブ、ガイドとの拘束状態は、Fig. 3-1 に示すいずれかの Case となる。

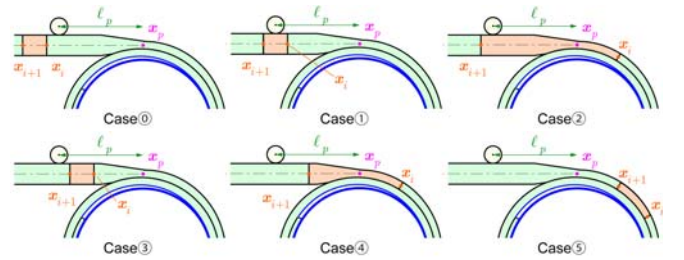


Fig. 3-1 Constraint to node.

また、これらの Case は次の Part の和で表すことができる。

- Part I : 巻き付き部分, 両端 $(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i+1})$
- Part I* : 巻き付き部分, 両端 $(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_p)$
- Part II : 直線部分, 両端 $(\mathbf{x}_p, \mathbf{x}_{i+1})$
- Part III : 直線部分, 両端 $(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i+1})$

ここで、時刻 t から $t + \Delta t$ に Case ④から Case ③に遷移する場合、Case ④の直線部が Part II から III に移る。これを避けるため、時刻 t で $\mathbf{x}_i$ は剥離点 $\mathbf{x}_p$ にあり、速度は剥離点での Lagrange 速度 $\mathbf{v}_p$ である（すなわち、変形前長さが変化する）という Part を、Part IV とする。以降、それぞれの Part について運動方程式を述べる。EM 法^[9]では、非保存外力による外

部仕事を無いものとする場合、配位変数 q でエネルギー H の増分を次式のように表したとき、

$$\Delta H = \Delta q^T f \quad (7)$$

f が等価節点力を表し、運動方程式は次のように書ける。

$$f = 0 \quad (8)$$

3.1.1. Part I, I* の場合 (Case ②, ④, ⑤)

添え字 w をハブに巻き付いている部分に関する値として、巻き付き部のエネルギー増分は

$$\Delta H_w = \Delta(T_w + V_w) \equiv \Delta x_h^T f_h^x + \alpha_h^T f_h^\alpha + \Delta \phi f_\phi \quad (9)$$

と書け、等価節点力は以下の通りとなる。

$$\begin{cases} f_h^x = \frac{\Delta P_w}{\Delta t}, f_h^\alpha = \frac{\Delta M_w^\alpha}{\Delta t} + \frac{\Delta L_w}{\Delta t} \underline{p}_w \times \psi_h \\ f_\phi = \frac{\Delta L_w}{\Delta \phi} f_w \end{cases} \quad (10)$$

3.1.2. Part II の場合 (Case ②, ④)

直線部分の歪エネルギーは、伸展途中は変化しないものとする。以下、節点 i の添え字を 1 とし、節点 $i+1$ の添え字を 2 とする。また、直線部のうち、一端は x_2 であり、もう一端は x_1 または剥離点の位置ベクトル x_p である。ここで、次のような時間積分則

$$\begin{cases} \bar{v}_p = \frac{\Delta x_p}{\Delta t} - \frac{\Delta L_p}{\Delta t} \bar{t}_p, & \bar{t}_p = R_p i_3 \\ \bar{v}_2 = \frac{\Delta x_p}{\Delta t} - \frac{\Delta L_p}{\Delta t} \bar{t}_2, & \bar{t}_2 = R_2 i_3 \end{cases} \quad (11)$$

を仮定する。また、添え字 b をハブから剥がれ、直線になっている部分に関する値、添え字 p を剥離点に関する値として、

$$\frac{\partial L_b}{\partial \phi} = -\frac{\partial L_p}{\partial \phi} \quad (12)$$

であるので、エネルギー増分は

$$\Delta H_b \equiv \Delta x_2^T f_2^x + \Delta x_p^T f_p^x + \alpha_p^T f_p^\alpha + \Delta \phi f_\phi \quad (13)$$

と書け、等価節点力は以下の通りとなる。

$$\begin{cases} f_2^x = \frac{\Delta P_2}{\Delta t}, f_p^x = \frac{\Delta P_p}{\Delta t} \\ f_p^\alpha = \frac{\Delta M_p}{\Delta t} + \frac{\Delta L_b}{\Delta t} n_b - \frac{\Delta L_p}{\Delta t} n_p \\ f_\phi = \frac{\Delta L_b}{\Delta \phi} f_b + \frac{\Delta L_p}{\Delta \phi} f_p \end{cases} \quad (14)$$

3.1.3. Part III の場合 (Case ⑩, ①, ③)

この場合、直線な剛体棒と同様になり、エネルギー増分は

$$\Delta H_b \equiv \Delta x_1^T f_1^x + \Delta x_2^T f_2^x + \alpha_1^T f_1^\alpha + \alpha_2^T f_2^\alpha \quad (15)$$

と書け、等価節点力は以下の通りとなる。

$$f_1^x = \frac{\Delta P_1}{\Delta t}, f_2^x = \frac{\Delta P_2}{\Delta t}, f_1^\alpha = \frac{\Delta M_1}{\Delta t}, f_2^\alpha = \frac{\Delta M_2}{\Delta t} \quad (16)$$

3.1.4. Part IV の場合

要素のエネルギー、運動量、角運動量は Part III と同様になるが、長さ L_b が変化する。エネルギー増分は

$$\begin{aligned} \Delta H_b \equiv & \Delta x_1^T f_1^x + \Delta x_2^T f_2^x \\ & + \alpha_1^T f_1^\alpha + \alpha_2^T f_2^\alpha + \Delta \phi f_\phi \end{aligned} \quad (17)$$

と書け、等価節点力は以下の通りとなる。

$$\begin{cases} f_1^x = \frac{\Delta P_1}{\Delta t}, f_2^x = \frac{\Delta P_2}{\Delta t} \\ f_1^\alpha = \frac{\Delta M_1}{\Delta t} + \frac{1}{8} \Delta L_b (\underline{p}_1 \times \dot{x}_1 + \underline{p}_2 \times \dot{x}_2) \\ f_2^\alpha = \frac{\Delta M_2}{\Delta t} + \frac{1}{8} \Delta L_b (\underline{p}_1 \times \dot{x}_1 + \underline{p}_2 \times \dot{x}_2) \\ f_\phi = \frac{\Delta L_b}{\Delta \phi} f_b \end{cases} \quad (18)$$

第4章 数値計算例

本章では、第 3 章で述べた定式化に基づいて数値計算した例を述べる。

Fig. 4-1 に示すように、自己展開トラス構造を実際の宇宙機に適用する際、そのノードは宇宙機に対して固定されている物と、固定されていないものがあると考えられる。よって、本稿では 1N1B のノードに関して、固定の有無の 2 パターンで計算を行う。

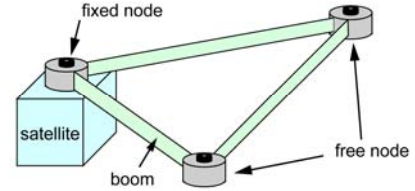


Fig. 4-1 free node / fixed node.

それぞれの場合について、1N1B の伸展の様子を Fig. 4-2, Fig. 4-3 に示す。ここで、ノードを青の円、収納状態でハブやガイドからの拘束を受けていないブーム要素 (Case ⑩) をオレンジ、それ以外のブーム要素を緑で表している。なお、計算条件は Table 4-1 の通りであり、ハブの回転軸を z 軸としている。

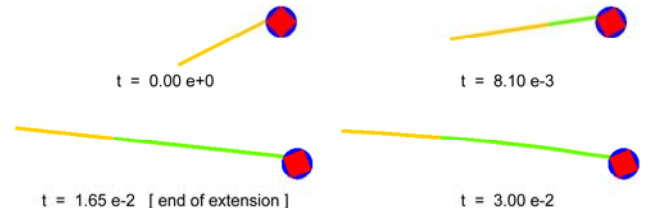


Fig. 4-2 Extension motion of 1N1B [free node].

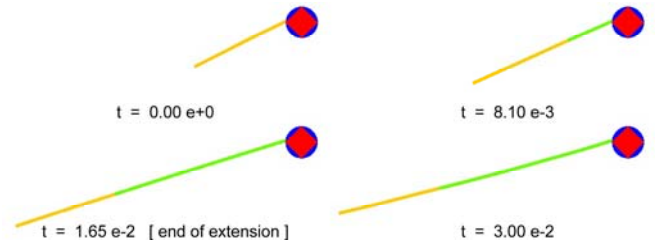


Fig. 4-3 Extension motion of 1N1B [fixed node].

また、それぞれの場合について、全体のエネルギー、運動エネルギー、歪エネルギーを Fig. 4-4, Fig. 4-5 に示す。また、 x, y 軸方向の運動量、 z 軸方向の角運動量を、全体、ブームのみ、ノードとハブに分け、Fig. 4-6, Fig. 4-7 に示す。

これらより、どちらの場合も伸展運動に従って運動エネルギー、歪エネルギーは変化するが、全体のエネルギーは一定であることが分かる。

Table 4-1 Computational condition.

Length of boom	0.8 m
Number of division of boom	20
Width of tape	22.5 mm
Height of tape	4.5 mm
Radius of hub	16.3 mm
Mass of hub	127.6 g
Radius of node	43.3 mm
Mass of node	73.1 g

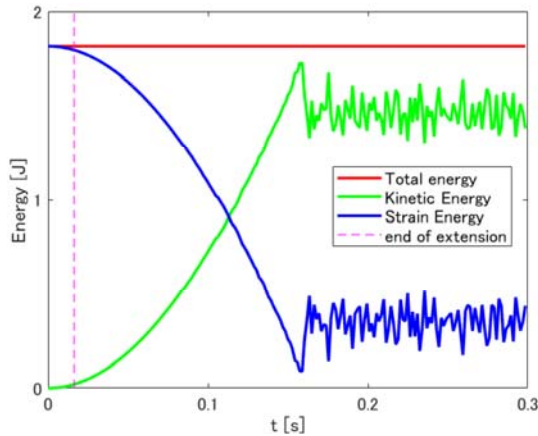


Fig. 4-4 Energy [free node].

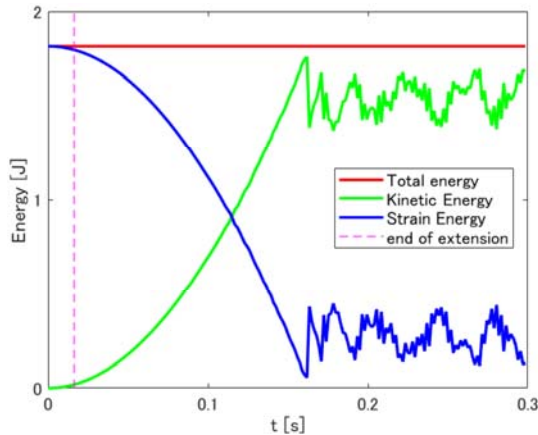
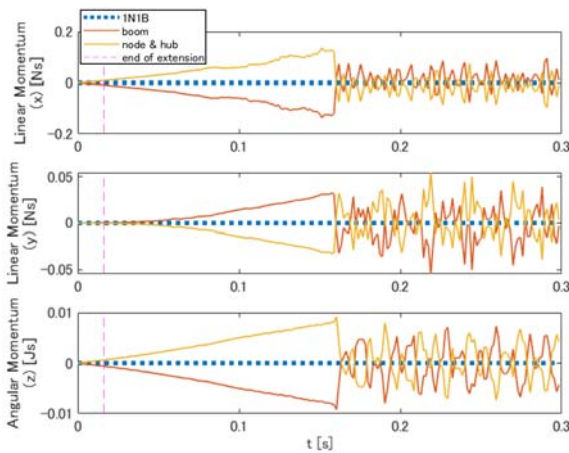
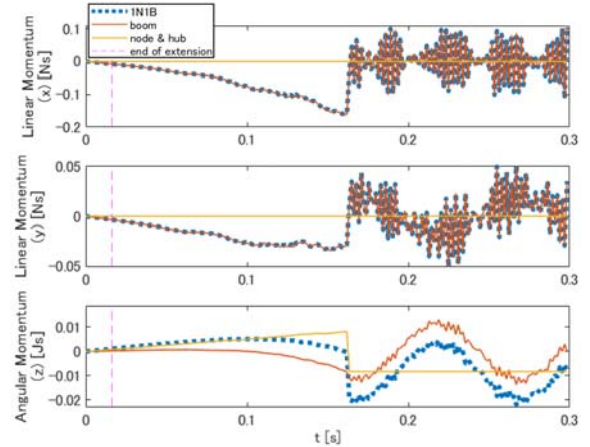


Fig. 4-5 Energy [fixed node].

Fig. 4-6 Linear Momentum (x, y), Angular Momentum (z) [free node].Fig. 4-7 Linear Momentum (x, y), Angular Momentum (z) [fixed node].

また, free node の場合, ブームのみ, ノードとハブの運動量, 角運動量はそれぞれ変化するが, 全体の運動量, 角運動量は一定となる. 一方, fixed node の場合, ノードとハブの位置が固定されているため, 全体の運動量はブームの運動量と等しくなる. 同様に, 伸展が終了するとハブの回転が止まり, その後ブームが振動するため, 全体の角運動量のふるまいはブームの角運動量のふるまいと等しくなる.

第5章 結論と今後の展望

以上より, 1N1B の伸展運動を EM 法に拡張し, 定式化した. また, ハブに巻き付けられたブームの剥離をモデル化することで, free node の場合に系全体のエネルギー, 運動量, 角運動量が保存されることを確認した.

今後は, 正三角形や正六角形など, 様々な形状の自己展開膜面トラスの展開運動に応用し, その設計に役立てていきたい.

謝辞

本研究は文科省・科研費 18H03817 の補助を受けて行われました.

参考文献

- [1] 森治, OKEANOS チーム, ほか, ソーラー電力セイルの拡張化・基盤化を踏まえたプログラム, 第 21 回宇宙科学シンポジウム, S4-003, 2021 年
- [2] Please visit <http://www.jwst.nasa.gov> for the latest overview of NASA's James Webb Space Telescope.
- [3] NASA, Exo-S: Starshade Probe-Class Exoplanet Direct Imaging Mission Concept Final Report, 2015
- [4] Mr. John C. Mankins, SPS-ALPHA: The First Practical Solar Power Satellite via Arbitrarily Large Phased Array (A 2011-2012 NASA NIAC Phase 1 Project) FINAL REPORT, 2012
- [5] 相浦啓司, 膜面宇宙構造物の伸展部材用コンベックステープの展開挙動に関する研究, 平成 24 年日本大学大学院理工学研究科航空宇宙工学専攻修士論文, 2012 年
- [6] 高坂大樹, 宮崎康行, 福永桃子, 河原林大思, スターシェードシステムに用いる自己展開膜面トラス構造の検討, 第 34 回宇宙構造・材料シンポジウム, B10, 2018 年
- [7] Seita KATAOKA, Yasuyuki MIYAZAKI, Deployment Dynamics of Self-Deployable Membrane Truss, 32nd International Symposium on Space Technology and Science, 2019-c-12, 2019
- [8] E. Ramm, W.A. Wall, K.-U. Bletzinger, M. Bischof, Dynamic deployment simulations of inflatable space structures, Proceedings of the 5th International Conference on Computation of Shell and Spatial Structures, June 2005
- [9] Yasuyuki Miyazaki, Tsuyoshi Kodama, Formulation and interpretation of the equation of motion on the basis of the energy-momentum method, 2004.
- [10] Y. Miyazaki, S. Inoue, A. Tamura, Analytical solution of the bending of a bi-convex boom, Mechanical Engineering Journal, Vol.2, No.6, pp.1-19, December 2015, DOI: 10.1299/mej.15-00465.