

展開構造物の非線形ダイナミクスに対するモード分解と運動の理解

Mode Decomposition for Nonlinear Dynamics of Deployable Structures and Interpretation of Deployment Motion

指導教授 宮崎 康行

M8012 柴山 万優子
Mayuko Shibayama

It is important to understand the motion of the structure to design deployable structures. One of the methods to understand the motion is to decompose the motion into the various modes with physical meanings. However, if the state vector is decomposed into linear combination of mode vectors, it is difficult to give a physical understanding to each mode vector because the transient motion has high geometrical nonlinearity. Therefore, this study proposes a novel mode decomposition method that extracts a reference motion vector from the state vector that simplifies the nonlinear motion and decomposes the residual vector into the mode vectors. The validity of the method is evaluated by visualizing the motion of each mode, and it is shown that the reference motion approximates the whole motion appropriately. The contribution of reference motion and each mode to the whole motion is defined, too. Finally, the procedure to apply the proposed method to the design of the actual spacecraft is described.

1. 序論

1.1. 研究背景

今後の宇宙科学目標達成のためには、宇宙構造システム、特に、大型かつ軽量の宇宙構造物の研究が不可欠である。代表例として、Fig. 1に示す2010年5月にJAXAが打ち上げたソーラー電力セイル実証機 IKAROS^[1]や現在検討中の木星トロヤ群探査機 OKEANOS^[2]がある。このような高次の非線形ダイナミクスを有する大型展開構造物は、その特徴ゆえ、展開試験など全系の機能試験を地上で実施することがほぼ不可能である。そこで、解析と小型モデルや部分モデルでの地上試験を組み合わせることで、運動を予測する必要がある。特に、展開運動や展張形状の基本的な構造特性を理解し、設計パラメータの影響を評価することが最も重要な課題の一つである。

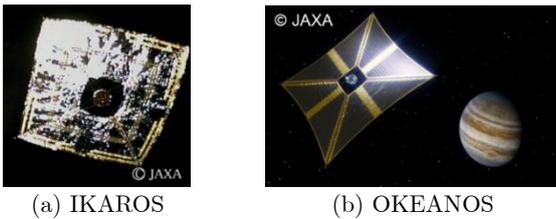


Fig. 1 Solar power sail

1.2. 研究の目的および意義

構造特性や設計パラメータの影響の評価方法の一つに、モード分解法がある。モード分解とは式(1.1)のように、時刻 t_j の状態量ベクトル $\mathbf{x}(t_j) = \mathbf{x}_j \in \mathbb{R}^m$ の集合を \mathbf{B} とするとき、 \mathbf{x}_j をモードベクトル $\mathbf{e}_i \in \mathbb{R}^m$ の線形和で表現することである。

$$\mathbf{B} \equiv [\mathbf{x}_1 \quad \mathbf{x}_2 \quad \mathbf{x}_j \quad \cdots \quad \mathbf{x}_{n-1} \quad \mathbf{x}_n] \quad (1.1)$$

$$\mathbf{x}_j = \sum_{i=1}^M a_{ij} \mathbf{e}_i, \quad M = \text{rank}(\mathbf{B}) \quad (1.2)$$

線形運動の場合、 \mathbf{e}_i 自体が運動方程式の解となっており、物理的意味を持つ運動を表している。非線形運動の場合でも非線形性が低ければ、物理的解釈ができる運動を表すものになっていることが多い。しかし、非線形ダイナミクスを有する展開運動の場合、位置ベクトルの時間変化が大きいため、運動をモード分解すると、それぞれのモードベクトルが物理的意味を持たず、物理的解釈が困難なものになってしまう。

そこで、展開構造物の非線形ダイナミクスを理解するために、新たなモード分解法を提案し、その有効性を示すことを本研究の目的とする。具体的には以下の通りである。

- ① 非線形ダイナミクスを物理的意味がある運動に分解する、新たなモード分解法を提案する。
- ② 提案したモード分解法を剛体折り構造と非剛体折り構造へ適用し、妥当性を評価する。
- ③ 実際の設計において提案手法が有効であることを示す。これらを研究する意義は、以下のようにまとめられる。
 - I. 大型展開構造物への貢献：実現が困難であった構造物を実現させるための、設計開発手法の一つとなる。
 - II. 非線形ダイナミクスのモード分解法への貢献：非線形の高いダイナミクスを理解することが可能となる。

2. 新たなモード分解法の提案

2.1. 提案するモード分解法

本研究では、Fig. 2のように、「運動」を、設計時に想定する理想的な運動を単純化した「reference」と弾性変形や各パラメータの影響、すなわち変形特性を表す「変位」との和で表現し、変位に対してモード分解を行う方法を提案する。



Fig. 2 Image of proposed mode decomposition method

具体的な手順は以下の通りである。

- ① 幾何学的パラメータ $\eta^p (p=1,2,\dots,P)$ を決定し、reference運動 \mathbf{X} を定義する。
$$\mathbf{X} = \mathbf{X}(\boldsymbol{\eta}), \quad \boldsymbol{\eta} \equiv [\eta^1 \quad \eta^2 \quad \cdots \quad \eta^{P-1} \quad \eta^P] \quad (2.1)$$
- ② 時間ステップごとに幾何学的パラメータ $\boldsymbol{\eta}$ の値を算出し、reference $\mathbf{x}_j^{\text{ref}}$ を定める（詳細は2.3節）。
- ③ 実際の運動と求めたreference $\mathbf{x}_j^{\text{ref}}$ との変位マトリクス \mathbf{A} を求め、 \mathbf{A} をモード分解する。

$$\mathbf{A} \equiv \mathbf{B} - \mathbf{C} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{C} \equiv [\mathbf{x}_1^{\text{ref}} \quad \mathbf{x}_2^{\text{ref}} \quad \mathbf{x}_j^{\text{ref}} \quad \cdots \quad \mathbf{x}_{n-1}^{\text{ref}} \quad \mathbf{x}_n^{\text{ref}}] \quad (2.3)$$

ここでは、 \mathbf{A} のモード分解法として特異値分解を用いる^[3]。すなわち、 \mathbf{A} を以下のように分解する。ただし、 m を自由度数、 n を時系列数とすると、 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 、 $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2 \ \dots \ \mathbf{u}_m] \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 、 $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 \ \dots \ \mathbf{v}_n] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ はそれぞれ直交行列、 $\mathbf{\Sigma}$ は $m \times n$ の対角行列で対角成分 σ_i は特異値である。

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T \quad (2.4)$$

この時、 \mathbf{A} は、rank1 の行列 $\mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T$ の和として式(2.5)のように表現でき、 \mathbf{u}_i がモードベクトル、 $\sigma_i \mathbf{v}_i$ が時々刻々のモード変位を表す。このように \mathbf{A} をモード分解することで、運動がどのようなモードの重ね合わせで表現されるかが明らかになる。

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^m \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T \quad (2.5)$$

2.2. 寄与度の定義

前節で提案した手法における reference と各モードの寄与度を定義する。寄与度によって運動のスパース性を評価できる。一般に、特異値 σ_i を正規化したものは i 次モードの寄与度を表すとされている。しかし、本研究のように reference を定義すると、reference 自体の寄与度を表すものがない。ここで、式(2.5)のように \mathbf{A} を特異値分解すると、式(2.6)が成り立つ。

$$\text{tr } \mathbf{A}^T \mathbf{A} = \sum_{i=1}^m \sigma_i^2 \quad (2.6)$$

そこで、式(2.3)の \mathbf{C} を用いて、reference 自体と各モードの寄与度をそれぞれ式(2.7)、式(2.8)のように定義する。

$$\text{Contribution}_{ref} \equiv \sqrt{\text{tr } \mathbf{C}^T \mathbf{C}} / \sqrt{\sum_{i=1}^m \sigma_i^2 + \text{tr } \mathbf{C}^T \mathbf{C}} \quad (2.7)$$

$$\text{Contribution}_i \equiv \sigma_i / \sqrt{\sum_{i=1}^m \sigma_i^2 + \text{tr } \mathbf{C}^T \mathbf{C}} \quad (2.8)$$

2.3. reference の意義および定義方法

reference の意義は、それだけで運動全体の概要を把握して評価できることである。また、設計パラメータの値を変更した際、運動全体がどう変わるかを把握することは、設計開発を効率的に進めるために重要である。よって、reference に求められることは、①実際の運動への寄与度が高いことと、②幾何学的パラメータが少ないことである。②に関しては、剛体折り構造の場合は運動を幾何学的に表現できるためパラメータが一意に決まる。しかし、非剛体折り構造では、運動を幾何学的に表現することが不可能なため、設計者自身がパラメータを決定して幾何学的に運動を定義する必要がある。この時、実際の運動を出来るだけ模擬しつつ、運動の違いが生じる要因の理解や第三者への説明が容易になるよう、適切に幾何学的パラメータを決定する必要がある。reference の定義方法には以下の2通りがある。

I. 実際の運動と近い幾何学的パラメータ $\boldsymbol{\eta}$ の値を各時間ステップで算出する方法。つまり、式(2.9)のように時刻 j における実際の運動 \mathbf{x}_j と \mathbf{X} との差が最小となるよう幾何学的パラメータ $\boldsymbol{\eta}$ を計算し、reference \mathbf{x}_j^{ref} を定義する。

$$\|\mathbf{x}_j - \mathbf{X}(\boldsymbol{\eta})\| \rightarrow \min, \quad \mathbf{X}(\boldsymbol{\eta}) = \mathbf{x}_j^{ref} \quad (2.9)$$

II. $\boldsymbol{\eta}$ を未知数とした reference の運動方程式を導出し、その解を reference と定義する。

3. 剛体折り構造への適用

提案するモード分解法を、剛体パネルの蛇腹折り構造に適用し、ヒンジ角を幾何学的パラメータとして展開運動による弾性変形をモード分解し、各モードを可視化することで剛体折り構造への有効性を示した。詳細は本論で述べる。

4. 非剛体折り構造への適用

4.1. 計算モデル

提案するモード分解法を、非剛体折り構造であるソーラー電力セイルの二次展開に適用する。二次展開とは Fig. 3(a)に示すとおり、折り畳んだ膜面を手裏剣形状に伸展させる一次展開 (①⇒②) の終了後に、スピンによる遠心力の下で膜面の拘束を開放し、正方形に広がる遠心展開 (②⇒③⇒④⇒⑤) である。計算モデルの構成を Fig. 3(b)に示す。

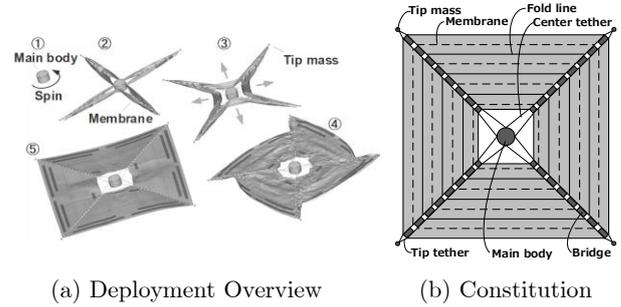


Fig. 3 Calculation model

構成要素は中心剛体、先端マス、膜・ブリッジ、先端テザー・中心テザー・折り目であり、それぞれ剛体要素、質点要素、膜要素、ケーブル要素でモデル化を行った。減衰には応力速度比例型のモデルを導入した。各諸元値を Table 1 に示す。質量特性は完全対称とし、値は力学的相似則を用いて、IKAROS と相似関係が成り立つように算出している。テザーに関しては、長さはブリッジの幅を考慮しておらず、ブリッジが完全に開いている状態の 0.97 倍と短い。

Table 1 Specifications of Calculation model

Item	Value
Initial spin rate [rpm]	80.74
Damping factor [kg/s]	1.73×10^{-7}
Inertia moment of central rigid body [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]	5.3×10^{-3}
Young's modulus of membranes [GPa]	4.1
Membranes density [kg/m^3]	1450
Membranes thickness [μm]	12.5
Upper side length of membranes [m]	0.236
Bottom length of membranes [m]	1.0
Fold number of membranes	7.5
Crease spring back coefficient [N/m]	3.65×10^{-5}
Weight of tip mass [kg]	4.6×10^{-3}

4.2. reference 運動

4.2.1. 幾何学的パラメータの決定

幾何学的パラメータを ξ, ξ_0, θ, ϕ とする。パラメータは、展開運動の評価で特に着目すべき点を踏まえ、かつ、2.3 節で述べた要求を満たすように決定した。詳細を以下に示す。

1) ξ : 展開率の評価 (Fig. 4)

(a) の赤線で示した膜中央部の展開率である。(b) の展開前の折り畳まれた状態を 0、(c) の展開完了時の状態を 1 とする。

2) ξ_b : 台形膜同士の距離の評価(Fig. 5)

ブリッジの展開率である. (a)のブリッジが開いていない状態を0, (b)のブリッジが完全に開いている状態を1とする.

3) θ, ϕ : 展開形状の非対称性の評価(Fig. 6)

台形膜の位相である. (a)の赤線に着目し, (b)の面内位相角を θ , (c)の面外位相角を ϕ とする.

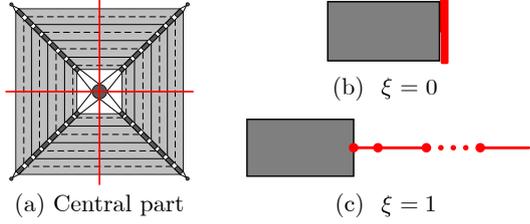


Fig. 4 ξ description



Fig. 5 ξ_b description

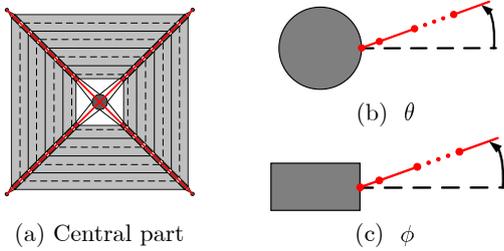


Fig. 6 θ, ϕ description

これらを用いて, reference を非対称と対称な場合の2通り定義する. 前者は θ, ϕ が0で ξ, ξ_b のみを幾何学的パラメータとして用いたものであり, 後者は4つ全ての幾何学的パラメータを用いて展開の非対称性を考慮したものである. 幾何学的パラメータを減らすことで, 展開の可否だけに着目した, より簡潔な説明ができる. 結果では, モード形状は非対称の場合のみを示し, 寄与度は非対称と対称の場合で比較した.

4.2.2. reference の定義

2.3節の通りに reference を定義する. I に関しては有限要素法で計算した運動から式(2.9)を用いて定義する. 本研究では, この reference を用いてモード分解を行うが, II に対しても reference の運動方程式の導出と計算方法までを以下に示す.

\mathbf{x}_i を衛星本体の位置ベクトル, $\boldsymbol{\theta}_i$, \mathbf{R}_i を衛星本体の回転ベクトルと姿勢マトリクスとすると, 節点の位置ベクトル \mathbf{x}_i は

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_r + \mathbf{R}_i \mathbf{y}_i, \quad \mathbf{y}_i = \mathbf{y}_i \boldsymbol{\eta} \quad (4.1)$$

このとき, 仮想仕事の原理より, 式(4.2)が成り立つ. ただし, Δ は時刻 t から $t + \Delta t$ までの増分を, 上付きのバーは時刻 t と $t + \Delta t$ での値の平均値を, ハットは外積を表す反対称行列を, そして, 上付きのチルダは離散微分を表す.

$$\begin{aligned} & \Delta \mathbf{x}_r^T \mathbf{f}_r^x + \Delta \boldsymbol{\theta}_r^T \mathbf{f}_r^\theta + \Delta \mathbf{x}_i^T \mathbf{f}_i^x \\ & = \Delta \mathbf{x}_r^T (\mathbf{f}_r^x + \mathbf{f}_i^x) + \Delta \boldsymbol{\theta}_r^T (\mathbf{f}_r^\theta + \bar{\mathbf{y}}_i \bar{\mathbf{R}}^T \mathbf{f}_i^x) \\ & + \Delta \boldsymbol{\eta}^T \frac{\partial \mathbf{y}_i}{\partial \boldsymbol{\eta}} \bar{\mathbf{R}}^T \mathbf{f}_i^x \equiv \Delta \mathbf{x}_r^T \tilde{\mathbf{f}}_r^x + \Delta \boldsymbol{\theta}_r^T \tilde{\mathbf{f}}_r^\theta + \Delta \boldsymbol{\eta}^T \tilde{\mathbf{f}}_i = 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

よって, 次式を解くことで $\boldsymbol{\eta}$ が求まる.

$$\mathbf{F}(z) \equiv \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{f}}_r^x & \tilde{\mathbf{f}}_r^\theta & \tilde{\mathbf{f}}_i \end{bmatrix}^T = \mathbf{0}^T \quad \text{where } z \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{x}_r^T & \boldsymbol{\theta}_r^T & \boldsymbol{\eta}^T \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

4.3. 結果および考察

4.3.1. モード形状

mode1~mode4 までの形状($\mathbf{x}_j^{\text{ref}}$ と $\mathbf{u}_1 \sim \mathbf{u}_4$ を適宜拡大したものとの和)を Fig. 7 に示す. テザーの長さが, ブリッジが完全に開いている状態よりも短いため, 全体に面外方向の変形が起きている. mode1 は比較的平坦だが, mode2 では周方向のねじれが加わっている. mode3 と mode4 では鞍型に変形している. また, mode4 の変形は折り目に沿っていない. このように, 各モードを物理的に解釈することができる.

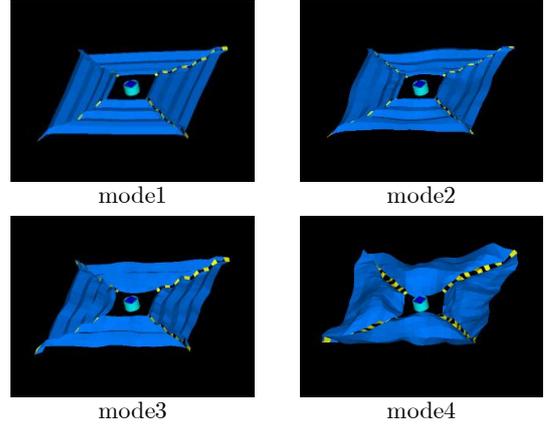
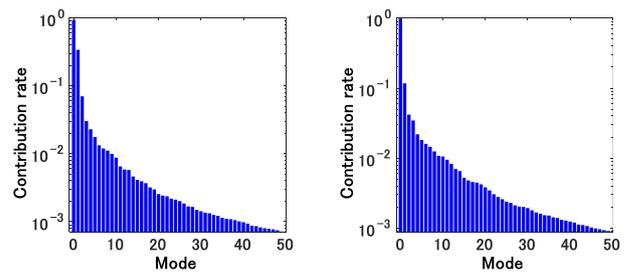


Fig. 7 Mode shape

4.3.2. 寄与度

寄与度を式(2.7), 式(2.8)を用いて算出する. 0次を reference とし, 結果を Fig. 8 に示す. 質量特性は完全対称であるが, reference は, 非対称の値(0次:0.991, 1次:0.117)が対称な値(0次:0.936, 1次:0.340)と比べて大きい. これは, 展開形状が面内・面外方向どちらにも変形しているためである. また, 4次までの寄与度で全体の87.5%(対称), 82.9%(非対称)を占め, reference と低次のモードで全体の運動を表現できる.



Symmetric reference shape Asymmetric reference shape
Fig. 8 Contribution

5. 大型展開構造物の設計への適用

5.1. IKAROS の解析データへの適用

提案するモード分解法を IKAROS の設計で使われた二次展開の解析データ^[4]に適用する. mode1~mode4 までの形状を Fig. 9 に示す. mode1 は周方向に膜が収縮し, Fig. 4 (a)に示した膜中心部が面外に変形している. mode2 と mode3 は, 全体がねじれるように歪んでおり, ブリッジ部分が面外方向に変形して風車のような形状をしている. mode4 では, 半径方向に膜が収縮して面外方向に変形, 鞍型となっている.

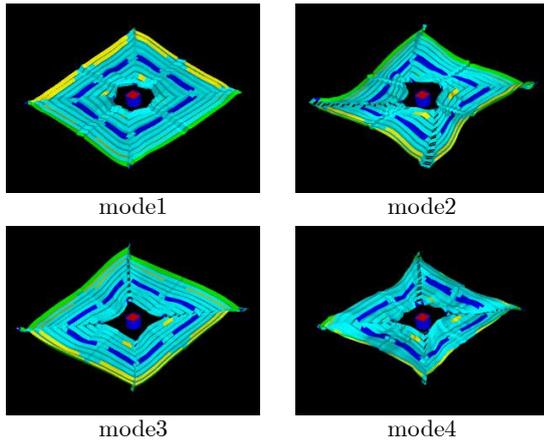
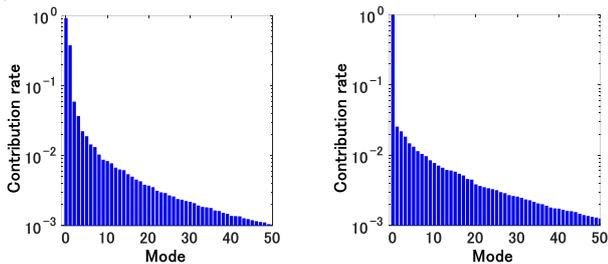


Fig. 9 Mode shape (IKAROS)

4.3.2 節と同様に、reference が対称と非対称な場合の寄与度を Fig. 10 に示す。0 次が reference である。IKAROS の質量特性は非対称なため、reference の寄与度は、非対称の値(0 次: 0.999, 1 次: 0.0255)が対称の値(0 次: 0.923, 1 次: 0.376)と比べて突出している。つまり、当然だが、質量特性は展開の対称性に対する感度が高い。また、Fig. 10 に示した 4 次までの寄与度で全体の 84.7%(対称), 79.8%(非対称)を占める。よって、評価項目(例えば、展開の可否だけか、位相も評価するか)によって、非対称と対称の使い分けをすればよい。



Symmetric reference shape Asymmetric reference shape
Fig. 10 Contribution (IKAROS)

5.2. 大型ソーラーセイル実現に向けて

5.2.1. 課題

現在、大型ソーラーセイルの実現に向けて、JAXA では議論が進んでいる。IKAROS では、二次展開後にテザーが緩み、膜が大きく波打つ変形が起き^[5]、そこに太陽輻射圧が作用することで、衛星本体のスピンレートの変化や異常な姿勢運動を起こす、風車トルク^[6]と呼ばれる太陽輻射圧トルクが発生し、これを打ち消すためにスラスターの推進を大量に消費した。主な原因は、膜面に付けた薄膜太陽電池セルの反りだと推定され、反りが半径方向の場合は鞍型(Fig. 11(a)), 周方向なら傘型(Fig. 11(b))になると結論づけられた^[7]。形状はセルの反りだけでなく、ブリッジの長さなどの基本パラメータにも依存する。したがって、反りの制御や基本パラメータの調整により、衛星運用の障害となる面外変形を抑制する必要がある。

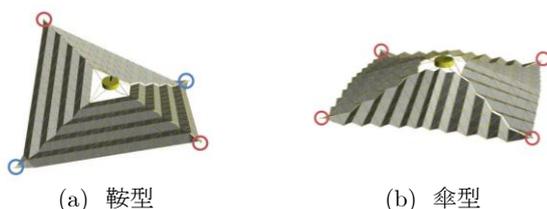


Fig. 11 Extension shape

5.2.2. 課題へのアプローチ方法

設計値が異なる case1, case2 があるとき、提案するモード分解法を用いて以下のような解析をすることで、基本パラメータの違いが展張形状に与える影響を評価することができる。

- ◇ 両 case の運動をモード分解し、モード形状とその寄与度から、変形の傾向を判断する。例えば、Fig. 9, Fig. 10 から計算モデルや IKAROS は鞍型に変形する傾向があるといえる。また、IKAROS の mode3, 4 は風車形状で、風車トルクが発生し得る、注意すべきモードといえる。
- ◇ 同じモードベクトルでモード分解することで、各モードに対する寄与度や寄与度の時間変化を比較する。

各時間ステップでの寄与度に関しては、式(2.5)のように変位マトリクス \mathbf{A} をモード分解したとき、モード i 行列 $\mathbf{A}_i = \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T$ における時刻 j での変位ベクトル \mathbf{A}_{ij} は、

$$\mathbf{A}_{ij} = \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T \cdot \mathbf{i}_j = \sigma_i v_{ij} \mathbf{u}_i \equiv a_{ij} \mathbf{u}_i \quad (5.1)$$

となり、 a_{ij} がモード i の時刻 j での寄与度を表す。そこで、式(2.8)の寄与度と、その時間変化 a_{ij} をそれぞれ算出する。

5.3. reference の考察

2.3 節で述べたように reference の定義方法は 2 つある。本来は、この 2 つの reference が等しくなることが望ましいが、実際には差が生じる。これは、運動の非線形性が高いと運動を剛体運動と弾性変形に分けることが難しいためである。つまり、両者の差から、運動の非線形性を評価できる。

6. 結論

- 高次の非線形運動を物理的意味がある運動の重ね合わせで表現するために、運動を少ないパラメータで近似する「reference」を定義し、時々刻々の運動と reference の差分をモード分解する新たなモード分解法を提案した。
- 提案するモード分解法を剛体折り構造と非剛体折り構造に適用し、それぞれに対して有効性を示した。
- 実際の大型展開構造物の設計において、提案するモード分解法が有効であることを示した。

謝辞

本研究は、文科省・科研費 18H03817 の補助を受けました。

参考文献

- [1] Sawada, H., et.al., “On-orbit Result and Analysis of Sail Deployment of World's First Solar Power Sail IKAROS”, The Journal of Space Technology and Science, Vol.27, No.1, pp.1_54-1_68, 2014.
- [2] 中条俊大, ほか, 「OKEANOS のシステムおよびミッションデザイン」, 第19回宇宙科学シンポジウム, p-129, 2019.
- [3] 岩間尚文, 振動解析の新しい方法-特異値分解-, プラズマ・核融合学会誌, 74, 1310, 1998年.
- [4] Miyazaki, Y., et.al., “Finite Element Analysis of Deployment of Sail Membrane of IKAROS”, The 28th International Symposium on Space Technology and Science, June 2011.
- [5] Sawada, H., et.al., “Shape Estimation of IKAROS's Solar Power Sail by Images of Monitor Cameras”, AIAA Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, AIAA-2012-1749, Apr. 2012.
- [6] Kikuchi, J., et.al., “Windmill Torque Estimation of Spin-type Solar Power Sail with Shape Control”, AIAA SciTech Forum, AIAA-2016-1218, Jan. 2016.
- [7] Kinoshita, H., et.al., “The Influence of an Out of plane Curvature of the Solar Cells on the Shape of a Spin-type Solar Power Sail”, The 26th Workshop on JAXA: Astrodynamics and Flight Mechanics, C-13, July 2016.