

ゴッサマー・マルチボディー・ダイナミクスの運動モード解析

Motion Mode Analysis of Gossamer Multibody Dynamics

指導教授 宮崎 康行

M7041 山口 清
Kiyoshi Yamaguchi

There are various kinds of exploration methods of asteroids. Solar power sail is one of the suitable method to explore to places far from the asteroid belt. The solar power sail OKEANOS is proposed by JAXA and is in development. To achieve the long-term mission by the solar power sail, it is necessary to understand the dynamics of the large sail membrane, but it is not well understood because it has high nonlinearity. This study carries out the modal decomposition of the numerical simulation of gossamer structure and reveals the composition of the motion of the membrane.

1. 序論

近年、「はやぶさ2」や「ロゼッタ」など、探査機による小惑星の調査が活発に行われている。小惑星探査には様々な方式があり、例えば、ロゼッタの場合、太陽電池パネルと化学推進系が組み合わされたシステムが採用されている^[1]。しかし、このようなシステムは速くに航行させようとするほど重量が増えてしまう為、大型ロケットを用いても、小惑星帯より遠い場所への往復は困難と考えられる。この問題を解決できる方式として、大型薄膜太陽電池を展開して十分な電力を発電し、高比推力イオンエンジンを用いることで大幅な推進削減を可能とする「ソーラー電力セイル」方式が挙げられる。

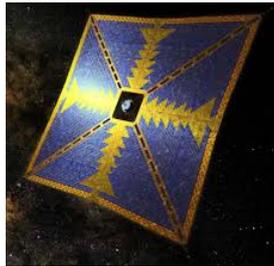


Fig.1 OKEANOS ©JAXA

この方式を用いた探査機として、Fig.1 に示すソーラー電力セイル探査機 OKEANOS が開発中である。OKEANOS は、木星トロヤ群小惑星の観測・試料分析を行うことをメインミッションとした JAXA が開発中の小惑星探査機である^[2]。

この方式の場合、膜面の確実な展開や、探査機の軌道や姿勢の制御の為に、大型膜面の運動を詳細に理解しておく必要があるが、膜の様なゴッサマー構造は、①容易に屈曲する、②減衰が小さい、③運動が大変位・大回転である等、高い非線形性を有する。特に、OKEANOS の場合、スピンによる遠心力を利用した動的展開方式を用いており、また、膜面には薄膜太陽電池セル等のデバイスが貼付されている為、その展開運動や展開後の挙動の予測は容易ではなく、今日においても膜面の運動を大域的に理解するには至っていない。

そこで本研究では、運動解析結果を特異値分解することで、膜面展開時の運動の構成を調べる。また、分解されたそれぞれの運動の影響度が時間経過と共にどう変化するのかを明らかにする。これらにより、従来は膜面の展開性を膜面展開率といった特定のパラメータのみでしか評価できていなかったものが、より詳細に評価することが可能となる。最終的には、非線形性を有する構造の運動特性を理解する手法の確立を目指す。

2. モード分解手法(特異値分解)

膜は大小さまざまなしわが発生・消滅を繰り返す複雑な運動をしているが、これら全ての運動が膜の姿勢に大きな影響を与えているわけではない。その為、特異値分解(Singular Value

Decomposition : SVD)により、影響度の大きい低次の運動モードのみを抽出し、それに着目することで、膜面展開時の運動の構成を理解する。

まず、膜面の各節点の位置ベクトルのみを用いて、以下の様な行列 \mathbf{A} を定義する。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_{1,1} & \cdots & x_{a,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1,b} & \cdots & x_{a,b} \\ y_{1,1} & \cdots & y_{a,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{1,b} & \cdots & y_{a,b} \\ z_{1,1} & \cdots & z_{a,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{1,b} & \cdots & z_{a,b} \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 (x_{ij}, y_{ij}, z_{ij}) は i ステップ目における節点 j の座標である。また、 a は総計算ステップ数、 b は総節点数である。いま、式(1)を特異値分解すると、

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T \quad (2)$$

となる。式(2)の行列 \mathbf{U} には膜面展開時の運動モードベクトルが格納され、対角行列 $\mathbf{\Sigma}$ の各成分は対応する運動モードの運動全体に対する影響度を表している。行列 \mathbf{V}^T は各運動モードの影響度の時々刻々の変化を表している。そして、 \mathbf{U} および \mathbf{V} の i 列目のベクトルを \mathbf{U}_i 、 \mathbf{V}_i として、 $\mathbf{\Sigma}$ の i 番目の対角成分を σ_i とすれば、行列 \mathbf{A} はランク 1 の行列の線形和として、

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^n \sigma_i \mathbf{U}_i \mathbf{V}_i^T \quad (3)$$

と表すことができる。式(3)の様に、行列 \mathbf{A} を n 個のモードの線形和で表すことで、それぞれのモードを個別に考えることができる。これが特異値分解の最大の利点である。

行列 $\mathbf{\Sigma}$ の対角成分 σ_i は、 i 次の運動モードが持つ影響度の大きさを表しており、これらを足し合わせた値を E とすれば、

$$E = \sum_{i=1}^n \sigma_i \quad (4)$$

となる。式(4)を用いると、寄与率(Contribution ratio) C_k は、

$$C_k = \frac{\sigma_k}{E} \quad (5)$$

と表せる。この値は k 次の運動モードが持つ影響度の割合を示している。すなわち、この値が大きい場合には、膜面展開の運動に大きな影響を与えていることを意味する。また、累積寄与率(Cumulative contribution ratio) P_k は以下のように表される。

$$P_k = \frac{1}{E} \sum_{i=1}^k \sigma_i \quad (6)$$

この値は k 次までの運動モードが持つ寄与率の総和を示している。すなわち、この値が大きいく程、 k 次までの運動だけでモード分解前の運動に近い運動を表していることを意味する。

3. 解析結果及び考察

3.1. 解析モデル (その1)

まず、2010年に打ち上げられた小型ソーラー電力セイル実証機 IKAROS (Fig. 2) の膜面2次展開時の展開挙動の予測データを解析する。挙動予測には、エネルギー・モーメント法 (Energy-Momentum Method : EMM) を基にした非線形有限要素法が用いられている^[3]。EMM は機械システムの運動方程式を解く為の数値解析法の1つであり、人工的な減衰を入れることなく安定した数値積分をすることができる^[4]。

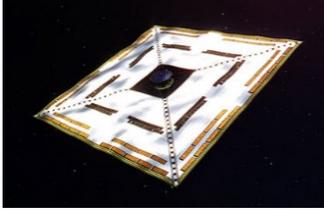


Fig. 2 IKAROS ©JAXA

IKAROS は衛星本体(直径 1.6m, 高さ 0.8m の円柱形状)と膜面(4つの台形膜を組み合わせた14m四方の正方形膜)から構成される。膜面は衛星本体が回転することにより得られる遠心力により展開する。IKAROS の構造は Fig. 3 の通りである。

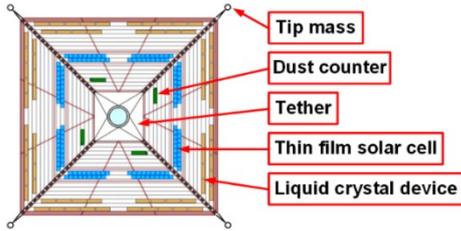


Fig. 3 Sail structure of "IKAROS"^[5]

解析モデルの諸元は Table 1 の通りである。

Table 1 Specifications of analysis model (IKAROS)

Item	Value
Length of membrane (In / Out)	3.2 / 13.56 [m]
Number of folds	18.5 [-]
Weight of the tip mass	0.5 [kg]
Number of nodes / elements	3532 / 3754

3.2. 解析結果及び考察 (その1)

まず、寄与率・累積寄与率を算出した。その結果は Table 2 の通りである。

Table 2 に着目すると、特異値番号が 2 の時、累積寄与率 $P_k \approx 81[\%]$ であり、特異値番号が 3 の時、寄与率 $C_k \approx 1.7[\%]$ となっている。従って、膜面展開を構成する運動の大部分は 2 次までで与えられると考えられる。

Table 2 Contribution ratio & Cumulative contribution ratio

Singular value number	Contribution ratio C_k [%]	Cumulative contribution ratio P_k [%]
1	40.821	40.821
2	40.082	80.903
3	1.702	82.605
100	0.024	96.873
751	0.001	100.000

次に、膜面展開時の運動の構成を考える。一般に、振動モードは、初期形状からの変位を考えることでモード形状を理解す

る。膜面の運動についても、同様に考えれば運動モードが理解できるのではないかと考え、初期状態からの変位を考えた。式(1)を用いると、初期状態からの変位を表す行列 A^* は、

$$A^* = A - A_0 \quad (7)$$

と表せる。ここで、行列 A_0 は初期状態の各節点の位置ベクトルを並べたものであり、

$$A_0 = \begin{bmatrix} x_{1,1} & \cdots & x_{1,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1,b} & \cdots & x_{1,b} \\ y_{1,1} & \cdots & y_{1,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{1,b} & \cdots & y_{1,b} \\ z_{1,1} & \cdots & z_{1,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{1,b} & \cdots & z_{1,b} \end{bmatrix} \quad (8)$$

である。式(7)を特異値分解すると、

$$A^* = U^* \Sigma^* V^{*T} = \sum_{i=1}^n \sigma_i^* U_i^* V_i^{*T} \quad (9)$$

となる。式(7)と式(9)より、行列 A は、

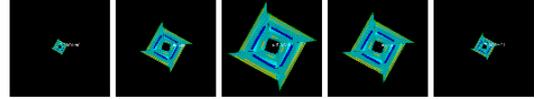
$$A = A_0 + A^* = A_0 + U^* \Sigma^* V^{*T} = A_0 + \sum_{i=1}^n \sigma_i^* U_i^* V_i^{*T} \quad (10)$$

となるので、 j 次の運動モードまでを足し合わせた行列 A_j は、

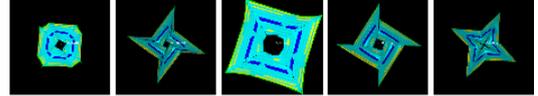
$$A_j = A_0 + \sum_{i=1}^j \sigma_i^* U_i^* V_i^{*T} \quad (11)$$

と表せる。式(11)を用いて、運動モードの可視化を行った。その結果は Fig. 4 の通りである。

Add up to 1 dimension



Add up to 2 dimension



Add up to 3 dimension

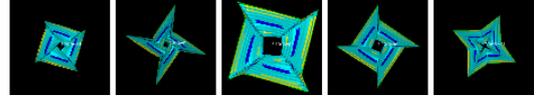


Fig. 4 Visualization of motion mode

Fig. 4 に着目すると、1 次モードのみの結果からは膜面の伸縮運動が確認された。2 次モードまで足し合わせた結果からは、膜面の伸縮運動に加え、回転運動が確認された。3 次モードまで足し合わせた結果からは、2 次モードまでの運動に加え、膜面のしわが確認された。4 次モード以降の運動に関しては、高次モードが低次モードに埋もれてしまい、高次の運動を理解することが困難になった。以上より、初期状態からの変位を考えて、全ての運動モードを知ることは困難であることが分かった。

3.3. 基準形状の定義

一般に、振動モードを考える際には、対象の基準形状を定義し、それに対して振動を与えるとどう変形するかを考える。つまり、運動モードを考えるときには、基準形状を適切に定義する必要がある。3.2 節では A_0 を基準形状としたが、今回の解析対象は、高非線形大変位大回転運動である為、ステップごとに基準形状を定義し、基準形状からの変位を考える。基準形状 X は、Fig. 5 に示す膜の展開率 η の関数 $X(\eta)$ と定義する。

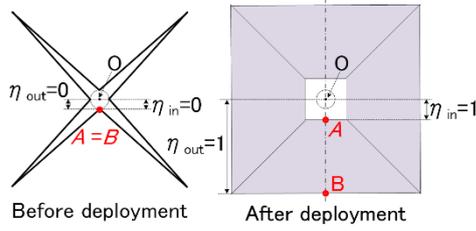


Fig. 5 Definition of variable η

膜の展開率 η は、探査機本体の図心(点 O)と展開前の膜内側(点 A)、膜外側(点 B)の距離を 0、展開後の距離を 1 と考える割合である。膜内側に対する展開率 η_{in} と、膜外側に対する展開率 η_{out} を定義すると、膜の展開率 η は、

$$\eta = \begin{bmatrix} \eta_{1,in} & \dots & \eta_{a,in} \\ \eta_{1,out} & \dots & \eta_{a,out} \end{bmatrix} \quad (12)$$

となる。次に、基準形状(Fig. 6)について考える。

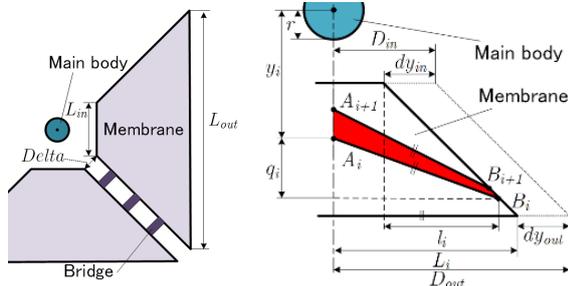


Fig. 6 Definition of reference shape

探査機図心と膜の距離 $D_{m/out}$ は、

$$D_{m/out} = r + \{L_{m/out} \times 0.5 + \Delta_{\Delta y} - r\} \times \eta_{m/out} \quad (13)$$

$L_{m/out}$ は台形膜短辺(長辺)の長さ、 $\Delta_{\Delta y}$ はブリッジ長さ $\Delta_{\Delta y}$ の y 方向分である。ブリッジによる膜のずれ量 $dy_{m/out}$ は、

$$dy_{m/out} = \Delta_{\Delta y} \times \eta_{m/out} \quad (14)$$

である。式(13)及び、式(14)より、膜の y 方向増加量と x 方向増加量の比 w は、

$$w = \frac{(D_{out} - dy_{out}) - (D_{in} - dy_{in})}{D_{out} - D_{in}} \quad (15)$$

となる。また、探査機図心から i 番目の折り目までの距離 y_i は、

$$y_i = D_{out} - \left[\frac{D_{out} - D_{in}}{N_{fold} - 0.5} \right] \times i \quad (16)$$

である。ここで、 N_{fold} は、膜の折り目数である。よって、 i 番目の膜の増加量 l_i は、

$$l_i = w \times (y_i + q_i - D_{in}) \quad (17)$$

となる。よって、膜の巻込み量 q_i については三平方の定理より、

$$q_i^2 + \{l_i + (D_{in} - dy_{in})\}^2 = L_i^2 \quad (18)$$

の関係が成立するので、これを解けばよい。以上より、点 A_i 、 B_i の座標は、

$$\begin{aligned} A_i &= [0, -y_i] \\ B_i &= [l_i + D_{in} - dy_{in}, -y_i - q_i] \end{aligned} \quad (19)$$

となる。全ての折り目についてこの 2 点を求め、点 A 、 B を結ぶ線分を膜の折り目とすることで基準形状を定義した。

3.4. 解析モデル (その2)

OKEANOS の諸元を基に以下の解析モデルを設定した。

Table 3 Specifications of analysis model (OKEANOS)

Item	Value
Length of membrane (In / Out)	7.3 / 39.7 [m]
Number of folds	10 [-]
Weight of the tip mass	10 [kg]
Number of nodes / elements	1217 / 958

設計パラメータの変更が、膜面展開時の運動にどう影響するのかを考察する為に、Table 4 に示すパターンで解析を行った。

Table 4 Analysis pattern

No.	Initial angular velocity of main body [rpm]
1	0.5
2	2.5
3 (reference)	12.5
4	25.0

3.5. 解析結果及び考察 (その2)

式(1)は、 i ステップの各節点の位置ベクトルを \mathbf{x}_i とすれば、

$$\mathbf{A} = [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \dots \ \mathbf{x}_a] \quad (20)$$

と表せる。 i ステップの基準形状 \mathbf{x}_i^{ref} は i ステップの位置ベクトル \mathbf{x}_i と基準形状 $\mathbf{X}(\eta_i)$ の差が最小となる η_i を求めればよく、

$$\mathbf{x}_i^{ref} = \min \|\mathbf{x}_i - \mathbf{X}(\eta_i)\| \quad (21)$$

である。数値解析結果と基準形状の差を意味する偏差 \mathbf{B} を定義し、これを特異値分解すれば、

$$\mathbf{B} = \mathbf{A} - [\mathbf{x}_1^{ref} \ \mathbf{x}_2^{ref} \ \dots \ \mathbf{x}_a^{ref}] = \sum_{i=1}^n \sigma_i \mathbf{U}_i \mathbf{V}_i^T \quad (22)$$

となる。偏差 \mathbf{B} を特異値分解することで、基準形状と数値解析結果の差を発生させる原因となる運動の構成を知ることができる。式(22)より、 i 次のモードに着目した場合、

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{X}_i + \mathbf{B}_i = \mathbf{X}_i + \sigma_i \mathbf{U}_i \mathbf{V}_i^T \quad (23)$$

と表せる。まず、式(22)を用いて、偏差 \mathbf{B} の寄与率・累積寄与率を算出した。結果は Table 5 の通りである。

Table 5 Contribution ratio & Cumulative contribution ratio

Singular value number	Contribution ratio C_k [%]	Cumulative contribution ratio P_k [%]
1	29.518	29.518
2	12.888	42.406
12	1.011	66.515
13	0.911	67.426
2934	0.000	100.000

Table 5 に着目すると、特異値番号が 12 までは寄与率 $C_k > 1.0$ [%] となっており、膜面展開時においては、10 個ほどの運動が誤差の主原因となっていることが分かった。

次に、式(23)より、運動モードの可視化を行った。その結果は Fig. 7 の通りである。

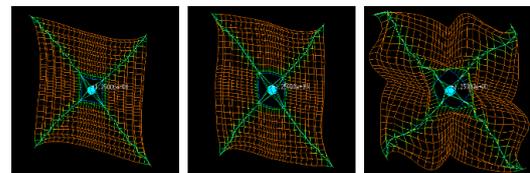


Fig. 7 Motion mode of membrane deployment

Fig. 7に着目すると、1次モードには膜の横揺れが、2次モードには膜の伸縮が、3次モードには膜のねじれが生じている。このように、このモード分解法を用いれば、すべての次元の運動モードを評価できることがわかった。

次に、解析パターンごとに偏差 B を求め、それぞれを特異値分解し、その結果同士を比較することで、設計パラメータ変更による運動の変化を考える。但し、ある解析パターンの1次モードが他の解析の1次モードと一致するとは限らず、比較ができない。これを解決する為、様々な解析パターンから求められる運動モードを基準の運動モードにそろえる。まず、基準とする解析結果から得られる偏差を B とし、これを特異値分解すると、

$$B = U \Sigma V^T = UC \quad (24)$$

となる。 i 次のモードに着目した場合、式(24)は、

$$B_i = U_i C_i = U_i (\sigma_i V_i^T) \quad (25)$$

である。式(25)の C_i は運動モード U_i の時々刻々の影響度を表している。異なるパターンの解析結果 B^* を特異値分解すると、

$$B^* = U^* \Sigma^* V^{*T} = U^* C^* = UC^{**} \quad (26)$$

式(26)より、

$$C^{**} = U^{-1} B^* \quad (27)$$

となる。 C と C^{**} を比較することで、運動モード U が全体に及ぼす影響度の大きさや、時系列の大きさの変化を知ることができる。1, 2次モードの結果はFig. 8の通りである。

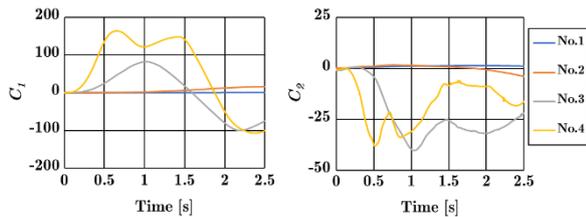


Fig. 8 The time development of motion mode

Fig. 8に着目すると、どちらの運動モードも時系列の影響度の大きさに差が生じていることがわかる。1次モードは膜の横揺れを表しており、この結果から、初期角速度が大きい程、膜の横揺れが大きくなることがわかる。2次モードは膜の伸縮を表しており、この結果から、初期角速度が大きい程、膜に伸縮を発生させる度合いが大きくなるタイミングが早くなることがわかる。

No.2~4については、展開完了までにかかる時間には違いがあったものの、最終的には展開が成功していた。このことを考えると、これら3つの運動モードの様子は一致してもいいはずである。この推測が妥当であるかどうかを確認する為に、膜の展開率 η に着目した。膜の展開率 η はFig. 9の通りである。

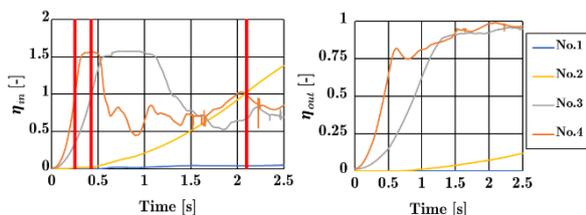


Fig. 9 The membrane deployment rate

Fig. 9の展開率 η_{in} に着目すると、No.2~4においては、膜面展開開始から初めに展開率が1となるまで(図中、時間0から赤線までの範囲)は、展開率は全て同じように単純増加していることがわかる。このことから、膜面展開時の運動は同様で、単純に展開速度が異なっているだけだと考えられる。そこで、

No.3を基準に、No.2, 4の時間を以下の様に再調整した。

$$T_{i,new} = \frac{T_3(\eta_{1,0})}{T_i(\eta_{1,0})} \times T_{i,original} \quad (28)$$

ここで、 $T_{i,original}$ はNo. i の修正前の時間、 $T_i(\eta_{1,0})$ は、No. i の展開率が1となる時間、 $T_{i,new}$ はNo. i の修正後の時間である。修正後の結果はFig. 10の通りである。

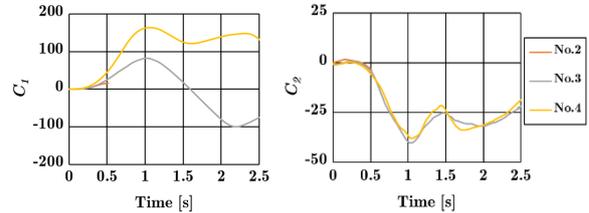


Fig. 10 The time development of motion mode (time shifted)

Fig. 10の左図に着目すると、No.2とNo.3は同様の傾向となった。一方、No.3とNo.4の結果は一致しなかった。右図に着目すると、No.2~4いずれも同様の傾向を示していることが確認できた。この結果から、1次モードは展開速度によって運動の影響度の大きさに差が出るが、2次モードは展開速度には関係なく、膜の展開率にのみ依存していることが分かった。この結果から、運動モードには、展開速度によって運動の影響度の大きさが異なるモードや、展開速度には依存せず、展開率のみによって影響度の大きさが決まるモードが存在することが分かった。

4. 結論

本研究における結論を以下に示す。

- ①特異値分解を用いてモード分解することにより、展開運動がどのような運動モードで構成されているのかわかることができる。
- ②異なる解析パターンから得られる様々な運動モードを、基準とする運動モードにそろえることで、各運動モードの影響度の大きさの変化を比較することができる。
- ③展開速度や展開率によって運動の影響度の大きさが異なる運動モードや、展開率のみによって影響度の大きさが決まる運動モードが存在する。

今後の研究では、膜面が正常に展開しない場合の解析結果をモード分解することで、膜面展開に悪影響を与える運動モードを見つけ、設計パラメータとの相関を考察していく。

参考文献

- [1] ESA, http://www.esa.int/Our_Activities/Space_Science, 2018.
- [2] 森治, ソーラー電力セイル探査機による外惑星領域探査, <https://repository.exst.jaxa.jp/dspace/bitstream/a-is/876325/1/SA6000118020.pdf>, 2018.
- [3] Yasuyuki MIYAZAKI, Hiraku SAKAMOTO, Finite Element Analysis of Deployment of Sail Membrane of IKAROS, The 28th International Symposium on Space Technology and Science, 2011-o-4-06v, pp.1-7, Okinawa Convention center, Okinawa, June 5-12, 2011.
- [4] 山崎政彦, 膜面宇宙構造物の非線形構造ダイナミクスの低次元化手法の研究, 平成 23 年度日本大学大学院理工学研究科航空宇宙工学専攻博士後期課程論文, 2012 年.
- [5] Yasuyuki Miyazaki, Yoji Shirasawa, Conserving Finite Element Dynamics of Gossamer Structure and Its Application to Spinning Solar Sail "IKAROS", 52nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC/ Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 4-7 April 2011, Sheraton Denver, Denver, Colorado.