

# 遠心力展開式膜面の展開相似則に関する研究

Similarity Rule of Deployment Behavior for Spin Deployment Membrane

指導教授 宮崎康行

M5011 立松裕基

Yuki Tatematsu

In recent years, there are lots of research for membrane space structure with lightweight and high storability. However, the ground experiments of membrane structure have several problems. It is difficult to simulate the microgravity environment and highly vacuum environment simultaneously on the ground. So, there are often done deployment experiment of a small scale model on the ground.<sup>[4]</sup> However, there is a problem that small scale models and large scale models don't always perform the same deployment behavior as each other. If similarity rule between large scale models and small scale models at deployment will be established, we can predict deployment of the large-scale model at the micro-gravity experiment. This paper proposes the similarity rule between large scale models and small scale models at deployment.

## 1. 序論

### 1.1. 背景

大型の宇宙構造物にはミッションの高度化に伴いさまざまな要求が課されている。大型宇宙構造物への要求は大面積で超軽量、大型で高比剛性、大型で高精度などの要求があるが、本研究では大面積で超軽量な構造物の展開に着目する。大面積で超軽量な宇宙構造物は収納性・軽量性に関して優れており、他の構造物よりも輸送コストが抑えられるメリットがある。そのような宇宙構造物の代表例としては、2010年5月に打上げられ、超薄膜の帆を広げ太陽光圧を受けて進むソーラー電力セイル小型実証機 IKAROS がある<sup>[2]</sup>。また、現在は木星トロヤ群への探査機としてソーラー電力セイルが検討されている。この次期ソーラー電力セイルは、イオンエンジンとソーラーセイルを併用する予定であるが、イオンエンジンは多くの電力を消費するため電力確保の課題などが挙げられている。電力確保の為に、従来の IKAROS よりも面積が大きな電力セイルが必要であり、大面積で超軽量の宇宙構造物が適していると言える。

IKAROS のような柔軟で軽量な大型宇宙構造物の展開は大気や重力の影響を強く受けるため、実機サイズでの地上実験には問題点が多いと言われている。実際に IKAROS では数値計算による展開挙動解析が行われ、実機の展開挙動を比較し数値計算の妥当性も確認されている<sup>[3]</sup>。しかし、次期ソーラー電力セイルでは IKAROS よりも大面積の膜を展開させるため、数値計算の際、高い予測精度を保ちつつ計算速度を向上させることは容易ではない。そこで本研究では大きな計算コストのかかる数値計算での展開挙動解析ではなく、小規模地上実験結果から軌道上での大型ゴッサマー構造物の運動を予測する相似則を構築することを目指す。特に、本論文では膜の展開相似則を構築し、地上実験可能な小規模実験結果から相似則の妥当性を検証していく。

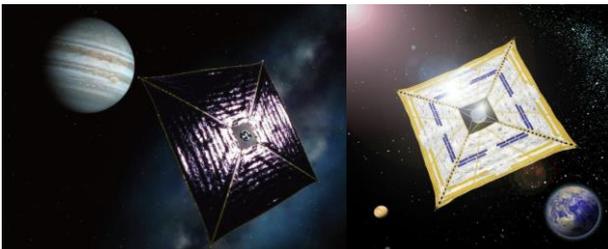


Fig. 1 Next solar power sail (left)<sup>[1]</sup>, IKAROS(right)<sup>[2]</sup>

### 1.2. 研究目的

前述の通り、本研究では膜の展開相似則の理論を構築し、地上実験により相似則の妥当性を検証することを目的とする。また宇宙空間とは異なり地上実験では重力や空気が展開相似則へ影響を与えると考えられるため、その影響を評価する。

## 2. 理論

### 2.1. 相似則の導出

膜面構造物が遠心力を利用し展開する運動を考える。展開の際に運動の支配的な力から相似パラメーターを導出する。そして、相似則パラメーターが大型モデルと小型モデルとで一致するという条件から相似則を導く。その際、膜面の展開運動の際に支配的な力として、「膜の慣性力、空気力、重力、膜力、折り目によるバネ力、先端質量の慣性力」の6つを考慮する。そして、微小要素の Lagrange 方程式の各項を無次元項と有次元係数の積で表すことで、相似パラメーターを導出する。なお、相似則はモーターによる強制回転にて展開実験を行なうことを前提として構築した。

#### 2.1.1. 膜の慣性力

膜要素  $m$  の持つ運動エネルギーは膜の密度  $\rho$ 、形状関数  $N$ 、膜の速度ベクトル  $\mathbf{x}$ 、微小面積  $dA$  とすると(1)式のようになる

$$\tilde{T}^{(m)} = \iint_{(m)} \frac{1}{2} \rho N_i N_j \dot{\mathbf{x}}_i \cdot \dot{\mathbf{x}}_j dA. \quad (1)$$

ここで無次元化を行なうために  $\mathbf{x}_i = X \boldsymbol{\xi}_i$ 、 $t = T \tau$  と置き(1)式に代入し、微小要素を  $\mathbf{x}_i$  にて微分し膜の慣性力 (に-1をかけたもの)  $\mathbf{F}_i^{I(m)}$  を求めると、(2)式のようになる。ただし、 $X$  は長さを表す有次元定数であり膜の大きさを示している。また  $T$  は時間の有次元定数を示している。

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_i^{I(m)} &= \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \tilde{T}^{(m)}}{\partial \dot{\mathbf{x}}_i} \right) \\ &= \rho h \frac{X^3}{T^2} \left[ \frac{1}{2} N_i N_j \boldsymbol{\xi}_i \boldsymbol{\xi}_j' a^{(m)} d\alpha \right] \end{aligned} \quad (2)$$

#### 2.1.2. 重力

膜要素  $m$  の持つ位置エネルギー  $V^{g(m)}$  は重力加速度  $g$ 、膜の厚さ  $h$  とすると以下の(3)式のようになる。

$$V^{g(m)} = - \iint_{(m)} (\rho h dA) \mathbf{g}_g \cdot \mathbf{x} \quad (3)$$

$V^{g(m)}$  を位置ベクトル  $x_i$  で偏微分することで膜にかかる重力  $\mathbf{F}_i^{g(m)}$  は(4)式で求められる。

$$\mathbf{F}_i^{g(m)} = -\rho h X^2 g \left[ \mathbf{i}_g \iint_{(m)} N_i d\alpha \right] \quad (4)$$

### 2.1.3. 膜力

膜要素  $m$  の歪を  $\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_{xx} \ \varepsilon_{yy} \ 2\varepsilon_{xy}]$ , ポアソン比  $\nu$ , 膜のヤング率  $E$  とすると, 膜の歪エネルギー  $V^{s(m)}$  は以下の(5)式で求められる。

$$V^{s(m)} = \frac{1}{2} \iint_{(m)} \left( \frac{Eh}{1-\nu^2} \tilde{\mathbf{C}} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \right) \cdot \boldsymbol{\varepsilon} dA \quad (5)$$

ただし,  $\tilde{\mathbf{C}}$  は(6)式で表すことが出来る。

$$\tilde{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1+\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

歪エネルギー  $V^{s(m)}$  を位置ベクトル  $x_i$  で偏微分することで膜力(膜の内力)  $\mathbf{F}_i^{s(m)}$  は以下の(7)式で求めることが出来る。

$$\mathbf{F}_i^{s(m)} = \frac{1}{2} \frac{EhX\tilde{\mathbf{C}}}{1-\nu^2} \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left[ \iint \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} d\alpha \right]^T \quad (7)$$

### 2.1.4. 空気力

膜に働く空気力は, 空気抵抗  $C_D$ , 空気密度  $\rho_{air}$ , 微小面積に対する垂直なベクトル  $\mathbf{n}$  とすると, (8)式で求められる。

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_i^{air(m)} &= \iint_{(m)} \frac{1}{2} \rho_{Air} dA C_D \left| \dot{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{n} \right| (\dot{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} N_i \\ &= \frac{1}{2} \rho_{Air} C_D \frac{X^4}{T^2} \left[ \iint_{(m)} \left| \boldsymbol{\xi}' \cdot \mathbf{n} \right| (\boldsymbol{\xi}' \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} N_i d\alpha \right] \end{aligned} \quad (8)$$

### 2.1.5. 膜の折目によるバネ力

膜の微小要素  $m$  を角度  $\theta_0$  から  $\theta$  へ更に曲げた時に折り目に蓄えられる歪エネルギー  $V^c$  は, 変形前の曲率  $R$ , 微小要素の長さ  $b$ , 曲率中心から中立軸への位置ベクトル  $r$  を用いて(9)式のように表せる<sup>[5]</sup>。ただし, 膜の折目部分の形状は Fig. 2 の通りである。

$$\begin{aligned} V^c &= \frac{1}{2} \int_{-\frac{b}{2}-(R-r)}^{\frac{b}{2}-(R-r)} \sigma \varepsilon \cdot b \cdot (r-y) \cdot \theta_0 dy \\ &= \frac{EbRh}{2\theta_0} (\theta_0 - \theta)^2 \end{aligned} \quad (9)$$

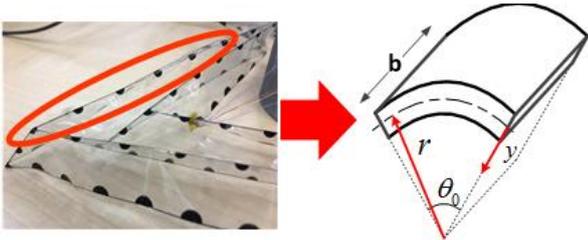


Fig. 2 membrane crease model

この時, 膜の中立軸の長さ  $R\theta_0 = \pi h/2$  であると仮定し位置ベクトル  $x_i$  で偏微分することで膜の折目による力  $\mathbf{F}_i^{c(m)}$  は以下の(10)式で求めることが出来る。

$$\mathbf{F}_i^{c(m)} = \frac{\partial V^c}{\partial X \xi_i} = \frac{Eh^2 L_f}{X} \left[ \frac{\pi(\theta_0 - \theta)^2}{2\xi_i \theta_0^2} \right] \quad (10)$$

### 2.1.6. 先端質量の慣性力

膜面の先端質量  $m_T$  の運動エネルギー  $T_T$  は位置ベクトル  $\mathbf{r}_T$  とすると(11)式となる。

$$\mathbf{T}_T = \frac{1}{2} m_T \dot{\mathbf{r}}_T^2 \quad (11)$$

先端質量の運動エネルギー  $\mathbf{T}_T^{(m)}$  は  $\mathbf{r}_T = R_f \boldsymbol{\xi}_T$  とすると速度ベクトル  $\dot{x}^{(i)}$  で偏微分することで先端質量の慣性力 (に-1をかけたもの)  $\mathbf{F}_T$  は以下の(12)式で求められる。

$$\mathbf{F}_T = \frac{R_T m_T}{T^2} \left[ \boldsymbol{\xi}_T'' \right] \quad (12)$$

### 2.1.7. 回転角速度

膜面をスピンレート  $\omega$  で強制回転させるとすると, 回転角は(13)式のように表すことが出来る。

$$\theta = \omega t = \omega T \tau \quad (13)$$

## 2.2. 考慮すべき相似パラメーター

(2), (4), (7), (8), (10), (12), (13)式で示した膜に働く力の中で有次元係数をまとめたものを Table 1 に示す。これらの有次元項が相似パラメーターであり, 相似パラメーターを異なる膜構造物で一致させることで展開運動の相似性が成立する。ただし, 本研究では, 相似パラメーターを減らすために相似パラメーター全体を慣性項の相似パラメーターで割ったもの (Table 1 の最右列) を用いる (スピンレートは運動方程式には含まれない為, 慣性項で割っていない)。

Table 1 Similarity parameters

	Before division by inertial term	After division by inertial term
inertial force term	$\frac{\rho h X^3}{T^2}$	-
gravity force term	$-\rho h X^2 g$	$-\frac{g T^2}{X}$
membrane force term	$\frac{EhX}{1-\nu^2} \tilde{\mathbf{C}}$	$\frac{T^2 E}{\rho X^2 (1-\nu^2)} \tilde{\mathbf{C}}$
aerodynamics force term	$-\rho_{AIR} \frac{X^4}{T^2}$	$-\frac{\rho_{AIR} X^2}{\rho h}$
spring back force at crease term	$Eh^2 \frac{L_f}{X}$	$\frac{EhT^2}{\rho X^4} L_f$
tip mass term	$\frac{R_T m_T}{T^2}$	$\frac{R_T m_T}{\rho h X^3}$
spin rate	$\omega T$	$\omega T$

## 3. 相似則の検証実験

### 3.1. 検証実験の概要

Table 1 で示した相似パラメーターを合わせた, 異なる大きさの膜面を展開させ, 提案する相似則の妥当性を確認した。

膜面自体の諸元は Table 2 の通りであり、実験は Table 3 に示す通り、6 種類のモデル及び実験条件にて行った。

**Table 2 Properties of membrane**

membrane	PET film
young's modulus	4GPa
density	$1.38 \times 10^3 \text{kg/m}^3$
thickness of membrane	4.5, 11.5 $\mu\text{m}$
number of crease	5

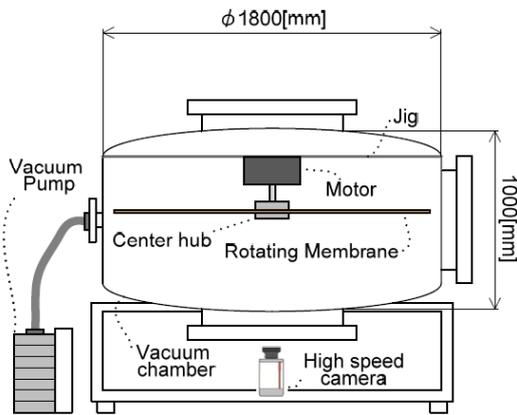
**3.2. 検証方法**

膜面が最大面積に到達する無次元時間を比較することで、異なる膜の展開相似則を検証する。各時刻の展開面積  $s$ 、展開前の面積  $s_0$ 、完全展開時の膜面積  $s_{\text{max}}$  とした時の膜面の無次元時刻での展開率  $M$  は(14)式で表す。

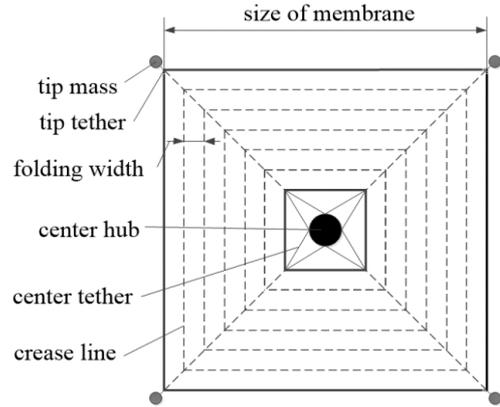
$$M = \frac{s - s_0}{s_{\text{max}} - s_0} \quad (14)$$

**3.3. 地上実験**

展開相似則の検証を行う際に用いた地上実験システムの概念図を Fig. 3 に示す。真空槽の下方はガラスで出来ており、高速度カメラで展開運動を撮影する。真空槽の上部にモーターが固定されており、センターハブと膜がモーターに付いている。はじめに、Fig. 4 に示す膜モデルを4本のバーで十字状に保持しモーターで膜面を強制回転させる。その後、外部より展開信号を受信し、バーを開放することで、遠心力によって膜を展開させる。



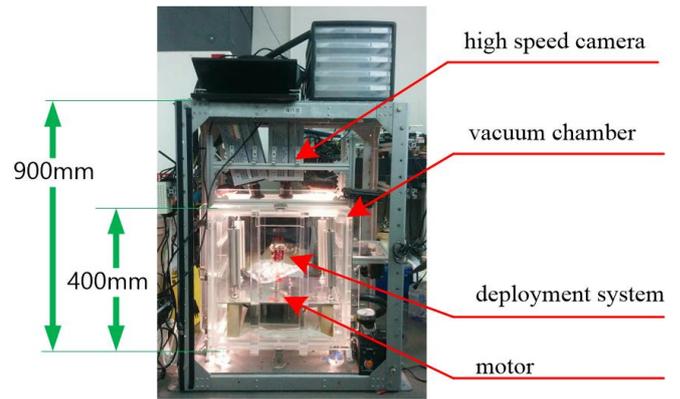
**Fig. 3 Ground experiment system**



**Fig. 4 Scale-down model**

**3.4. 微小重力環境実験**

微小重力実験では航空機が急上昇後の急降下の際に発生する約20秒間の微小重力環境で展開構造物を展開させ、微小重力環境下における構造物の展開挙動を取得し、重力環境を変化させ相似則へ重力項が与える影響を評価した。Fig. 5に微小重力実験の実験装置図を示す。



**Fig. 5 Micro-gravity experiment system**

**4. 実験結果**

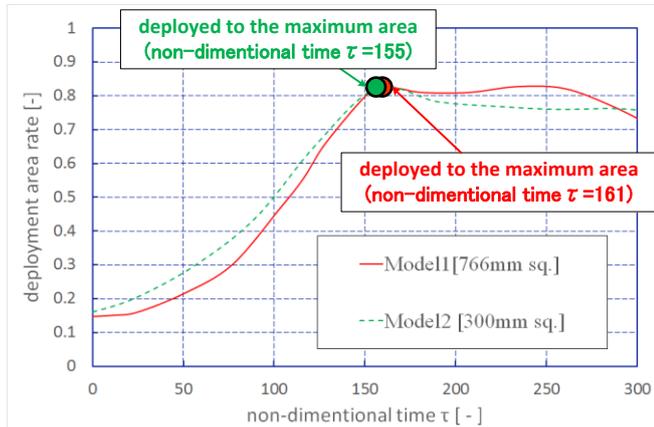
**4.1. 相似則の検証**

相似則の成立性を確認する為に Model1 と Model2 の展開実験を比較した。両モデルは重力パラメーターを除き(重力パラメーターは 2.5 倍異なる)、相似パラメーターを一致させている。このときの展開率の時間変化を Fig. 6 に示す。両者はよく符合しており、特に、最初に展開率が極大になる無次元時

**Table 3 Experimental properties**

	Model1	Model2	Model3	Model4	Model5	Model6
size of membrane	766mm	300mm	511mm		200mm	
thickness of membrane	11.5 $\mu$	4.5 $\mu$	11.5 $\mu\text{m}$		4.5 $\mu$	
folding width	42mm	15mm	32mm		10mm	
tip mass weight	6g	2g	2g		0.8g	
gravity force	1G	1G	1G		$\mu\text{G}$ (0.01G)	1G
air pressure	4Pa	4Pa	400Pa	4kPa	1kPa	
spinning rate	78rpm	200rpm	117rpm		300rpm	
spring back term	107	107	161		161	

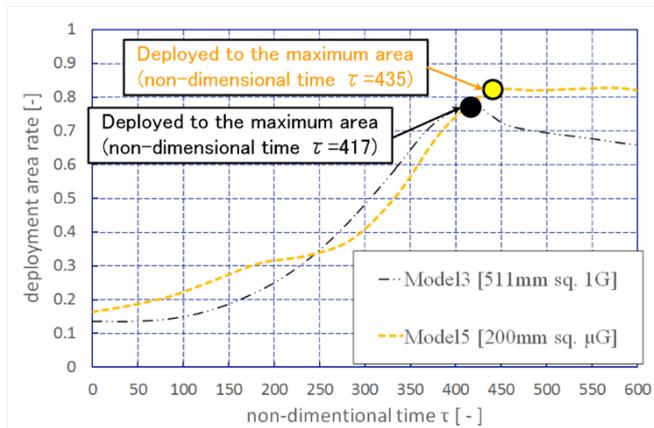
間はほぼ一致している。この結果より、相似パラメーターを異なる大きさの膜間で一致させることで相似な展開挙動を呈することがわかる。



**Fig. 6 Deployment area rate**  
( membranes have the same similarity parameters. )

#### 4.2. 重力の相似則への影響の検証

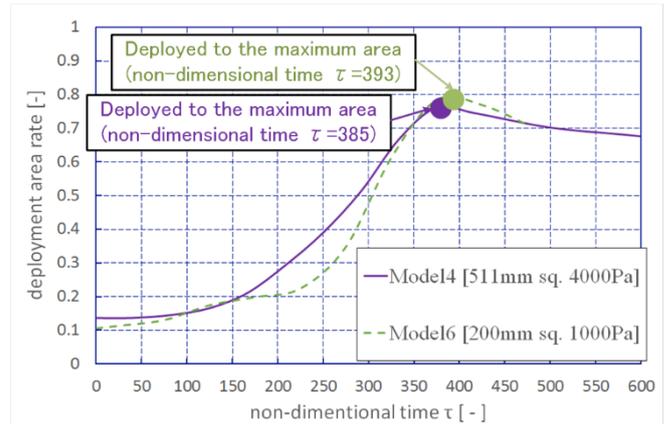
重力が相似則へ与える影響を検証するために微小重力環境(約 0.01G)での展開実験 Model5 と重力環境(1G)での展開実験 Model3 における展開率の時間変化を Fig. 7 に示す. Model3 と Model5 では重力パラメーターのみ 100 倍異なる値にして実験を行なった. Fig. 7 より展開時間には大きな違いはなく、重力は相似則に与える影響は小さいといえる。



**Fig. 7 Deployment area rate**  
( membranes have the same similarity parameters except gravity term. )

#### 4.3. 空気力の相似則への影響の検証

空気力が相似則へ与える影響を検証するために真空槽内の空気圧を変更し展開実験を行なった結果を Fig. 8 に示す. Model4 と Model5 では空気力のパラメーターが 10 倍異なる値にし、展開実験を行なった. Fig. 8 より、展開時間には大きな差は無く、数 kPa 程度の真空度があれば空気力が相似則へ与える影響は小さいといえる。したがって、微小重力実験で使用した小型真空槽の真空度 (1000Pa 程度) であれば、空気力の相似パラメーターが相似則に与える影響は小さいといえる。



**Fig. 8 Deployment area rate**  
( membranes have the same similarity parameters except gravity and aerodynamics term. )

### 5. 結論

本研究の結論を以下にまとめる。

- 遠心力展開式膜面の展開相似則を提案し、地上実験にて提案する展開相似則が成立していることを示した。
- 重力環境、空気密度などの地上実験環境が相似則へ与える影響が小さいことを示した。

特に重力が相似則へ与える影響は小さくことが明らかとなり、相似実験を行なう際に微小重力実験は必ずしも必要でない事がわかった。

#### 参考文献

- [1] 松本純, 水森主, 寺元祐貴, 大野剛, 白澤洋次, 森治, ソーラーセイル WG, 次期ソーラー電力セイル計画におけるセイル製作手法の検討, 第 29 回宇宙構造・材料シンポジウム: 講演集録, B7, 2013-12
- [2] Mori, O., Sawada, H., Funase, R., Morimoto, M., Endo, T., Yamamoto, T., Tsuda, Y., Kawatsu Y., Kawaguchi, J., IKAROS Demonstration Team and Solarsail Working Group, First Solar Power Sail Demonstration by IKAROS, Proceedings of 2nd International Symposium on Solar Sailing, 2009
- [3] Sawada, H., Shirasawa, Y., Mori, O., Okuizumi, N., Miyazaki, Y., Matunaga, S., Furuya, H., Sakamoto, H., Natori, M., Tsuda, Y., On-orbit Result and Analysis of Sail Deployment of World's First Solar Power Sail IKAROS, The Journal of Space Technology and Science, Vol.27, No.1, p.1\_54-1\_68, 2014,
- [4] Muta, A., Matsunaga, S., and Okuizumi, N., High Vacuum Experiment of Spinning Deployment Using Scaled-down Model for Solar Sail, 61st international Astronautical Congress, IAC-10-D2.5.4, 2014
- [5] Japan Society of Mechanical Engineers, 2011, 『Mechanics of materials』, 2011