

# スパースモード選択を用いた膜面宇宙構造物の運動推定

## Motion Estimation of Membrane Space Structures Using Sparse Mode Selection

宮崎・山崎研究室

Miyazaki-Yamazaki Laboratory

前田賢人

Kento Maeda

In recent years, solar sails with light weight and high acceleration capability based on photon propulsion are gaining attention in deep space exploration missions. Lightweight and flexible membrane is easy to change shape. By accurately estimating the shape of the membrane, it is thought that the time loss of navigation in deep space exploration can be reduced without affecting the propulsion performance. However, there are restrictions on the arrangement of cameras and sensors for grasping the shape of the membrane on orbit, and there are time and space deficits in the measured data. A research to estimate exercise from data simulating such missing data was conducted, but as the data loss rate increases, the estimation accuracy gets worse. In this paper, discuss the reasons for the deterioration of the estimation accuracy, propose a method to improve the estimation accuracy, and compare with the previous research.

### 1. 序論

#### 1.1 背景

近年、薄膜構造(数 $\mu\text{m}$ )を用いた数十m~数百m級の大型宇宙展開構造物が新宇宙惑星探査ミッション用のソーラーセイル構造や大型アンテナ構造、スターシェイドなどに利用可能な次世代の宇宙構造様式として注目を集めている。2010年には、JAXAにより小型ソーラー電力セイル実証機IKAROSが打ち上げられ、宇宙空間での14m四方の膜面の遠心力展開、太陽光子による加速・航行を世界で初めて実証された<sup>[1]</sup>。今後は直径40m級の膜面を有するソーラーセイルOKEANOSの木星及びトロヤ群小惑星の探査が計画されている<sup>[2]</sup>。

こうした軽量かつ柔軟の性質を持つ膜面構造は、外乱の形状変形への感度が高く、例えば、宇宙環境における微小な外乱でさえも太陽光圧による推進性能や軌道制御、アンテナ感度などに影響を及ぼす。既に軌道上での実験を実施したIKAROSでは、Fig. 1に示すように衛星本体から分離したカメラで撮影した画像や、衛星本体から撮影した画像から、3次元の膜面形状の推定が行われた<sup>[3]</sup>。

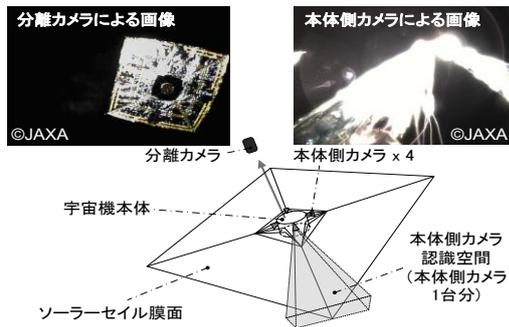


Fig. 1 宇宙空間での膜面形状の計測例 (IKAROS)

しかしながら、実際の計測データには膜面にあたる太陽光の影響や、カメラの配置・画角・サンプリングレート等によって時間・空間的に欠損が存在する。そこで、文献<sup>[4]</sup>では欠損を有するデータから支配的なモード形状を推定し、計測データとモード・モード係数からなる推定値の二乗誤差を評価関数とするモードの係数を推定する方法により膜面形状の推定が行われた。しかし、推定に必要なモードの選定基準が不明確なことや、計

測データの時空間的な欠損率が高くなると誤差が大きくなることが課題として示された。

#### 1.2 目的

本研究では、欠損データから支配的な固有モードを推定した後、最小二乗誤差の項に、モード係数のスパース推定の項を評価関数に加えることで、モードの選定をスパース推定の意味で最適化し、従来手法に比べて時間・空間的欠損を有する計測データに対して高精度に予測できることを示す。2章では、本研究で提案するスパース推定を加味した膜面の形状推定方法に関して説明する、3節では、数値計算条件と推定結果、計算コストを示し、提案手法が従来手法よりも有効であることを示す。

### 2. スパース推定を用いた時間・空間的欠損を有する計測データからの膜面運動推定法

本研究では、軌道上での膜面の計測データは、分離カメラや衛星本体固定のカメラから等から得られることを仮定し、時間方向・空間方向に多次元性を有しかつ欠損を有するような時間  $t$  に関するデータ列  $x_y(t)$  から欠損のないデータ列  $x(t)$  を推定する問題を考える。

時間・空間的な欠損を有するデータの欠損部に時間方向の線形補間により初期値を仮定し、支配的なモードを固有直交分解により抽出する。従来手法ではモードの選定に際していくつかの欠損していない代表データとの推定誤差が小さく、かつ、モードのデータへの寄与率が高い順にモードの選定を行い、選択モードの重ね合わせ係数を欠損していないデータとの誤差が最小二乗の意味で最小化されるようにモード係数を決定する形で推定が行われていた。しかしながら、モード選定に際して代表データのとり方に任意性がありかつ、代表データとの推定誤差が必ずしも全体を表していないことが問題であった。そこで本研究では、スパース推定項をモード係数の推定のための評価関数に導入しモードの選択とモード係数の推定を同時に実施する。スパース推定では、解が  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  の2つのパラメータからなる問題で考えた場合、L1ノルムの正則化項があることで  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  の取り得る値はFig.2のように青い正方形の範囲に制限される。最小二乗解が赤い曲線で表せる

場合、選ばれる解は赤線と、青い四角の交点でFig. 2の場合  $\alpha_1 = 1$  となり、解は  $\alpha_2$  のみとなる。

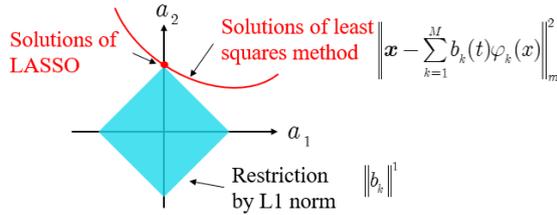


Fig. 2 正則化項による解の制限

これによって選ばれるモード係数はいくつかのパラメータが0または0に近づくが、最小二乗解を満たすため、不必要なモードの係数が自動的に0か0に近づく値となる。提案手法は、以下の5つのステップからなる。

提案する運動推定アルゴリズム

Step1: 数値計算により求めたデータ行列に式(2.1)に示すような欠損を与える行列  $m$  をかけて欠損があるデータ行列  $x_g(t)$  を作る。

$$m(x, t) = \begin{cases} 1 & \text{if the component is known in } (x, t) \\ 0 & \text{if the component is missing in } (x, t) \end{cases} \quad (2.1)$$

Step2: 時間・空間的な欠損を有するデータ  $x_g(t)$  の欠損部分にFig. 3に示すように初期値を与え、欠損のないデータ  $x(t)$  を作成する。時系列データのサンプリング時間が短いことを仮定し、時間方向の線形補間により初期値を仮定する。

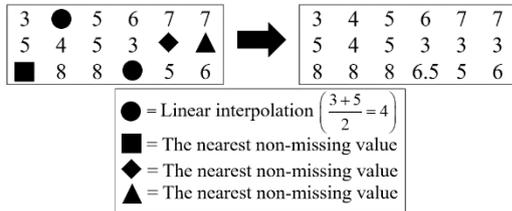


Fig. 3 初期値の生成方法

●のような欠損値は、行の中で欠損していない最も近い値の先頭と末尾の平均を代入する。また、行の端の値は、最も近い値を代入する。

Step3: 欠損のないデータ  $x(t)$  から固有直交分解により、固有モード  $\varphi(x)$  とモード係数  $b(t)$  を算出する。

Step4: 式(2.2)に示すように、欠損をしていないデータと、 $M$ 個のモードの重ね合わせからなる推定データとの最小二乗誤差項と、スパース推定項からなる評価関数を用いてモードの選択とモード係数の推定を同時に実施する。

$$E = \left\| x - \sum_{k=1}^M b_k(t) \varphi_k(x) \right\|_m^2 + \alpha \|b_k(t)\|^1 \quad (2.2)$$

式(2.2)における添え字  $m$  のノルムは  $\|x\|_m = (\mathbf{m} \cdot \mathbf{x}), (\mathbf{m} \cdot \mathbf{x})$  と定義する。  $\alpha$  は正則化項にかかる重み係数である。この  $\alpha$  が大きい時、得られる解はよりスパースになるが、推定に必要な係数まで0に近づいてしまう可能性がある。ここでは、  $\alpha = 1$  とした。

Step5: Step3におけるデータ  $x(t)$  を  $x_e(t)$  として再度Step2を実施する。

Step6:  $i$  回目での  $E$  を  $E_i$  としたとき、繰り返し計算の条件は、  $E_i - E_{i-1} < 0.01$  とし、繰り返し条件が満たされるまでStep3~Step5を繰り返す。

実際の運動現象は代表的な少数のモードの重ね合わせで表現できる可能性がありスパース推定によるモードの選択は有効であると考えられる。3節ではスパース推定によるモードの選択が有効であること、モード選択の結果、従来手法よりも高精度に運動を推定できることを示す。

3. 数値計算結果と考察

3.1 計算条件

数値計算モデルは、膜面をケーブル要素でモデル化し、1辺14[m]、節点数232個で構築した。解析には、有限要素法を用いる。Table 1にケーブル要素のパラメータを示す。膜面の形状推定に用いるデータは、0.075[sec]~0.500[sec]の間の膜面が定常状態になる前のデータを用いた(Fig. 4)。

Table 1 ケーブル要素のパラメータ

Item	Value
Center hub	
Initial angular velocity	18.85[rad/s]
Radius	0.0225[m]
Initial nutation angle	1.803[deg.]
Moment of inertia (Ixx,Iyy,Izz)	(3.02,3.02,4.28) $\times 10^{-5}$ [kgm <sup>2</sup> ]
Cable	
Young's modulus	3.0[GPa]
Cross section	1.0 $\times 10^{-6}$ [m]
Mass density	1.42 $\times 10^3$ [kg/m <sup>3</sup> ]
Compressive stiffness coefficient	1.0 $\times 10^{-4}$ [-]

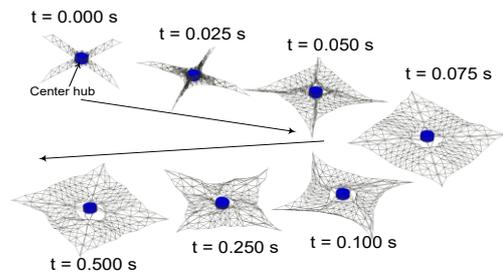


Fig. 4 数値計算モデルの展開挙動例

時間・空間的な欠損は、Fig. 5に示すような太陽光の反射による膜面形状が不鮮明な状況を仮定し、節点の3次元位置座標を各時間ステップ毎にランダムに10%~90%欠損させた。

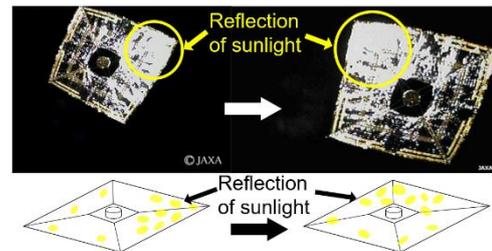


Fig. 5 太陽光の反射による形状不鮮明

3.2 結果と考察

3.1節で記述した条件で、2章で記述したアルゴリズムで運動の推定を行った。スパース推定項を導入することによりモードの選択が行われるが、すべてのモードを使って計算し、モードの選択を行うと計算コストが高くなる。軌道上で衛星本体が膜面の運動を把握し、形状および軌道制御を行うことを想定すると、推定に要する計算時間は短い方がよい。そこで、高次のモードには誤差が多く含まれており、実際に運動に寄与しているモードは少ないと考え、計算時間の削減を図るために運動に使用する総モード数を2章にて記述した推定アルゴリズムのstep2で固有直交分解を行う際に求めた固有値を(3.1)式に代入する。

$$\sum_{k=1}^M \lambda_k / \sum_{k=1}^n \lambda_k \approx \mu_M \quad (3.1)$$

これによって求まる $\mu_M$ は $M$ 個のモードが運動にどれくらい寄与しているかを表し、最大値は1である。この $\mu_M$ が0.999、すなわち運動を99.9%表すモード数 $M$ 個を推定に使用するモード数として決定する。各欠損率で推定に使用した総モード数をTable 2に示す。なお、欠損がない真値でのモード数はGappy ratioが0%の行に記載する。

Table 2 欠損率に対する推定に使用したモード数

Gappy ratio [%]	Number of Mode
0 (true value)	38
10	38
20	37
30	36
40	35
50	33
60	31
70	29
80	25
90	20

欠損率が高くなると運動を99.9%表すモード数が少なくなり、同時に真(欠損率0%)の運動に寄与するモードとの差が大きくなる結果が得られた。

Fig. 6に各欠損率において推定値と真値の絶対誤差を取り、推定したデータ数で平均をとったグラフを示す。

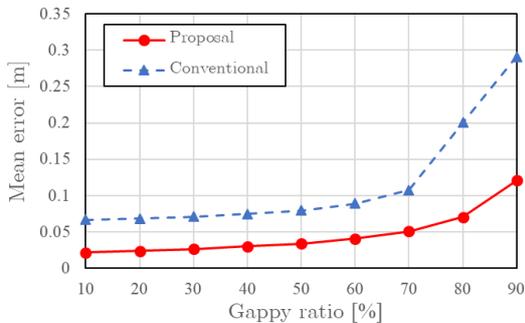


Fig. 6 各欠損率に対する平均誤差

従来の手法によって推定した運動と提案する手法によって推定した運動を比較すると、平均誤差は小さくなったが、欠損率

が高くなると平均誤差が指数関数的に増加するという同様の結果が得られた。Table 2にも示した通り、欠損率が高い場合には運動を99.9%表す( $\mu_M$ が0.999となる)モードの数が真の運動を表すモード数とは大きく離れており、推定に使用するモード数が不十分なことも誤差の要因と考えられる。使用するモード数はStep2によって推定した初期値によって決まる。すなわち、欠損率が大きい場合に対してStep2で実施している初期値の推定アルゴリズムが不十分であると考えられる。

次に、推定したモードと真のモードがどのくらい一致しているか見るために、推定したモードと真のモードの内積を求めた。Fig. 7に各モードでの内積の計算結果を示す。ここでは、欠損率10%の時と欠損率90%の時の結果を示す。

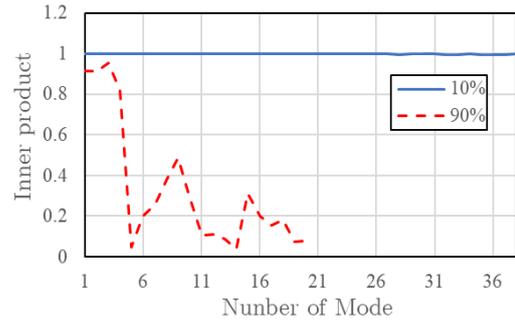


Fig. 7 推定したモードと真のモードの内積

推定したモードと真のモードの内積が1に近いほどモードの一致度が高いと言える。欠損率10%では推定に使用したモードのほとんど1に近い値が得られ、欠損率90%では、モード次数が高くなると内積が0に近づき、真のモードと一致しなくなる結果が得られた。Fig. 8に欠損率90%の場合にモード数上限である $M$ を1から20まで変えた時の推定誤差を求めた。

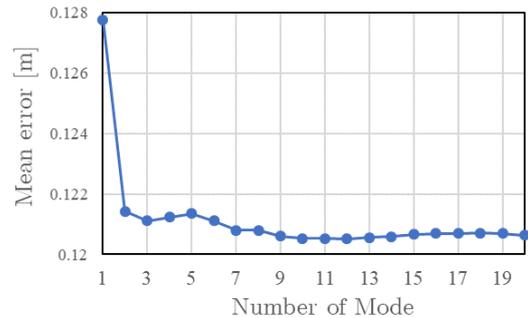


Fig. 8 欠損率90%での計算モード数に対する平均誤差

Fig. 8を見ると、数mmのオーダーではあるが、計算モード数を増やすことで誤差が小さくなった。Fig. 9に欠損率90%における推定したある点のモード係数を示す。

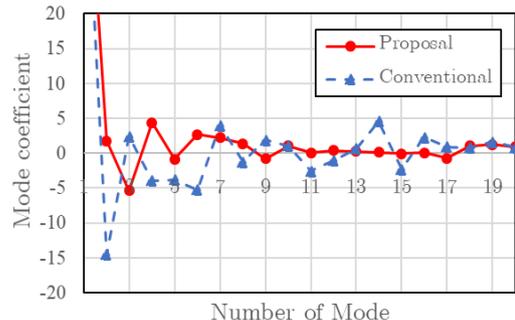


Fig. 9 欠損率90%におけるモード係数

Fig. 8 に示したように欠損率が90%の場合、高次のモードは真のモードと大きく離れていたが、誤差の大きい高次のモードにかかる係数は自動的に0に近い数値になり精度の悪化を防いでいることがわかる。一方、従来手法ではFig. 9に示すように高次のモードに対する係数も提案する手法のモード係数より大きく、欠損率が高い場合に提案手法に比べて大きく、精度の悪化を招いていることが考えられる。

Fig. 10 に各欠損率での提案手法と従来手法の運動推定にかかる計算時間を示す。

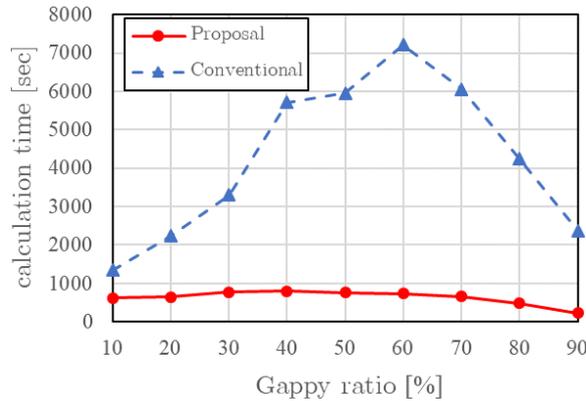


Fig. 10 各欠損率における運動推定にかかる計算時間

提案した手法では、従来の手法の計算時間を大幅に削減することができた。これは提案する手法と従来の手法で、運動推定アルゴリズムのstep2~step4の繰り返し計算回数が減ったからと考えられる。

各モードにおける繰り返し計算回数をプロットしたグラフをFig. 11に示す。ここでは、提案する手法と従来の手法で計算時間の差が最も大きい欠損率60%でのグラフを示す。なお、最大繰り返し計算回数は100回であり、100回を超えると自動的に次のステップへ遷移するアルゴリズムとなっている。

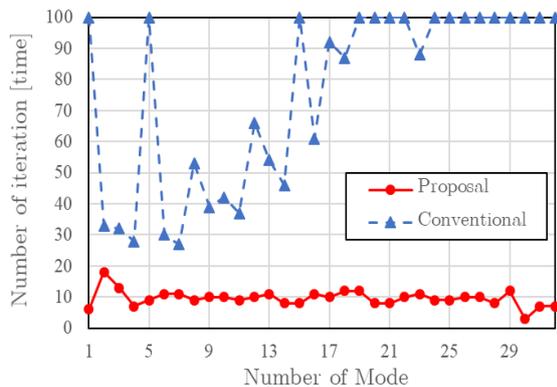


Fig. 11 欠損率60%での2つの手法の繰り返し計算回数

提案した手法では、従来の手法よりも繰り返し計算回数が少なくなった。繰り返し計算回数の条件は提案する手法は2章に記述した推定アルゴリズムのstep5に記述してある。従来の手法では、現在の推定値と前の推定値との差の二乗が0.01より小さくなるまで計算を繰り返している。しかし、Fig. 11を参照すると、繰り返し計算が100回を超えている場合が多く、繰り返し計算条件を満たせていないため、それによって誤差が大きくなっていると考えられる。提案する手法では、繰り返し計算することでモード係数を更新しているが、高次のモード係数はス

パースなものになり、式(2.2)で得られる値の差が小さくなり、繰り返し計算回数の条件をよりはやく満たされるようになった。

#### 4. 結論

従来の推定に用いていた評価関数に、スパース推定項を追加した評価関数式(2.2)によって決定したモード・モード係数を用いることにより、従来の手法よりも平均誤差を数cm~数十cmのオーダーで減らすことができ、かつ、推定にかかる時間は最大で7分の1に削減することができ、従来手法に対する有効性が示された。

#### 5. 今後の展望

以上の結果、今後は以下の3つのテーマに取り組む必要があると考えている。

- 1) 本論文では、提案手法の有効性確認のため、数値計算により作成したデータノイズのないデータを用いた。実際に軌道上で取得できるデータには、計測誤差等によるノイズが含まれており、今後は、膜面運動計測実験によって計測誤差(オーダーや傾向)を考慮したモデルの構築に取り組んでいく。
- 2) 軌道上で起こる計測データの欠損の仕方を詳細に考慮したモデルの構築に取り組んでいく。また、他の物理量(例:衛星本体の角速度や膜面に搭載されている太陽電池から求まる太陽方向)を利用することで、推定に必要な情報を決定し、搭載機器の仕様や配置などの設計問題への利用を目指す。
- 3) 今回、式(2.2)の第2項で正則化項に掛けられる重み係数 $\alpha$ を1としたが、 $\alpha$ は $0 \sim \infty$ の値をとることができる。今後はより推定精度がよくなるような $\alpha$ の決定法の確立を目指す。

#### 参考文献

- [1] Mori, O. and et al, "World's First Demonstration of Solar Power Sailing by IKAROS," 2<sup>nd</sup> international Symposium on Solar Sailing, Brooklyn, NY, July 2010
- [2] 森, 治:ソーラー電力セイル 準備チーム, 「ソーラー電力セイル探査機による外惑星領域の直接探査」, 第17回宇宙科学シンポジウム 講演集, 2017-01
- [3] Miyazaki, Y., et al, "Conserving Finite Element Dynamics of Gossamer Structure and Its Application to Spinning Solar Sail "IKAROS"," AIAA-2011-2181, Denver, Colorado, 2011.
- [4] Shoji, K., Masahiko, Y., Yasuyuki, M., "Estimation Method of Missing Components for Spin Deployable Membrane Dynamics", The ISTS special issue of Transactions of JSASS, Aerospace Technology Japan, No.ists31, 2017
- [5] 平: 固有直交分解による流体解析: 1.基礎, ながれ 30, 2011, p.116-117