

# BCON ブームの曲げ剛性

## Flexural Rigidity of BCON boom

宮崎・山崎研究室

Miyazaki-Yamazaki Laboratory

山田晃一郎

Koichiro Yamada

In recent years, self-deployment truss structure using convex booms, which is a simple deployment structure with low resources, has been studied for large space structures. We have been preparing prototype models, working out deployment experiments of self-deployment truss structure, arrangement of design conditions. But with the increase in size of the model, the ground experiment becomes difficult and a more versatile deployment behavior prediction code is required. However, the deployment behavior that actually occurs has not been modeled yet. In this paper, in order to represent the actual motion of self-deployment truss structure, we derive the flexural rigidity of Braid Coated Bi-Convex Booms from the strain energy. Further, using the material and geometric properties, the flexural rigidity of Braid Coated Bi-Convex Booms was calculated

### Nomenclature

$E_x, E_y$	$x$ 方向及び $y$ 方向のヤング率
$\nu_x, \nu_y$	$x$ 方向及び $y$ 方向のポアソン比
$\tilde{D}_x, \tilde{D}_y$	$x$ 方向及び $y$ 方向の曲げ剛性
$\square^{in}, \square^{out}$	内側及び外側のテープでの変数 $\square$ の値
$\square_{edge}$	テープ端部での変数 $\square$ の値

## 1. 序論

### 1.1. 研究背景

近年、大型で高比剛性の宇宙構造物である Starshade<sup>[1]</sup>や SSPS<sup>[2]</sup>等の宇宙構造物用に、低リソースでシンプルな展開構造である、自己展開構造を用いることが検討されている。

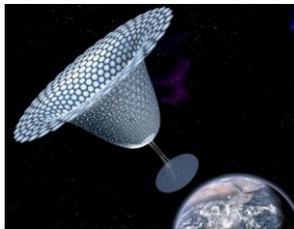
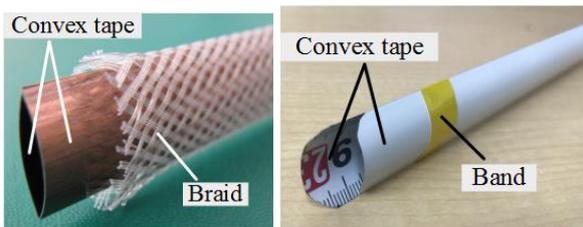


Fig. 1 SSPS<sup>[2]</sup>

自己展開構造に用いる部材として、Fig. 2 に示すバイコンベックスboomや、組紐被覆バイコンベックス (Braid Coated Bi-Convex:BCON) boom<sup>[3]</sup>が挙げられている。これらの利点は以下の通りである。

- ① テープの弾性による自己伸展力を有するため、展開動力を必要としない
- ② 薄肉部材を用いているため軽量である
- ③ 巻き取って収納できるため、収納効率が高い



(a)BCON boom

(b)bi-convex boom

Fig. 2 Convex boom

本研究室では、自己伸展部材であるコンベックスboomを用いた自己展開トラスの概念を提案し、力学的特性を表す理論式の導出、Fig. 3 に示すような試作モデルの作成、試作モデルを用いた展開実験、展開性評価から得られた設計上の注意点の整理等を行ってきた<sup>[4][9]</sup>。



(a)Stowed state



(b)Deployed state

Fig. 3 24N24B model

しかし、展開実験を行うモデルが大型化していくにつれ、Fig. 4 に示すように、boomが重力の影響により、垂れ下がり、地面との摩擦が生じることによる展開の停止、大型なモデルを展開させる場所の確保が困難であること等、地上実験の限界が見えてきている。

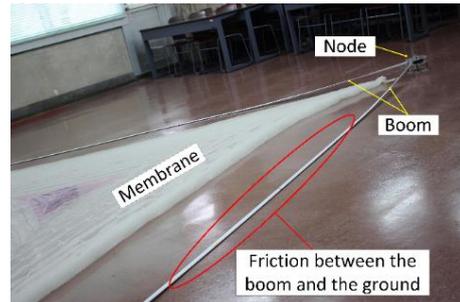


Fig. 4 Friction between the boom and the ground

このような観点から、自己展開トラス構造の展開挙動を精度よく予測できるコードの開発が求められている。展開挙動予測が可能になれば、地上実験のコスト削減、実際の無重力条件下等、地上実験ではできないシミュレーションの実現、シミュレーション結果に基づく各設計パラメータの決定等が可能になり、自己展開構造物の宇宙利用が急速に発展していくと考えられる。過去に、BCON boomの曲げ変形の理論式に基づく、単純なモデリングでの展開挙動予測コードは作成されてきている<sup>[4]</sup>。しかし、メッシュ張力の影響が考慮されておらず、BCON boom

を用いた自己展開トラス構造の展開予測コードとしては不十分である。

## 1.2. 研究目的

そこで、本研究では、BCON ブームの曲げ剛性の式から、メッシュ張力が、どれほど BCON ブームの曲げ剛性に影響を与えるのかを評価する。

## 2. 理論

本章では、BCON ブームの曲げ剛性の式を導出する。まず、Fig. 5 に示すように座標軸及び形状を示す記号を定義する。

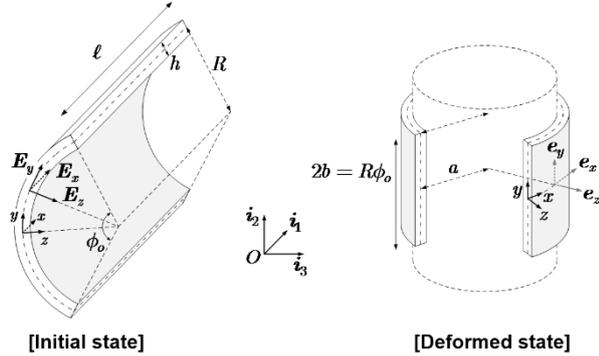


Fig. 5 Definition of coordinate axis

$h$  はテープの厚み、 $a$  は巻き付け半径、 $b$  はテープ断面の円弧長さの半値、 $R$  はテープの曲率半径であり、 $\kappa_o = 1/R$  とする。このとき、コンバックステープに蓄えられる単位長さあたりの歪エネルギーは以下の(1)式で表される<sup>[7]</sup>。

$$\pi_{total} = \frac{\kappa}{\kappa^{in}} \pi_{free}^{in} + \frac{\kappa}{\kappa^{out}} \pi_{free}^{out} + \pi_q + \pi_\beta + \pi_e + \pi_{q\beta} + \pi_{\beta e} \quad (1)$$

ただし、 $\kappa = 1/a$  である。 $\pi_{free}$  は境界条件が無い場合の歪エネルギーであり、以下の式で与えられる<sup>[7]</sup>。

$$\begin{aligned} \pi_{free}(\kappa) &= b\tilde{D}_x(1 - \nu_x \nu_y) \kappa^2 + b\tilde{D}_y(\kappa_o - \nu_x \kappa)^2(1 - A_1) \quad (2) \\ \eta &= \sqrt[4]{\frac{E_x b^4 h \kappa^2}{4\tilde{D}_y}} \\ A_1 &= \frac{\cosh 2\eta - \cos 2\eta}{\eta(\sinh 2\eta + \sin 2\eta)} \\ A_2 &= \frac{3(\sinh 2\eta - \sin 2\eta)}{2\eta^2(\sinh 2\eta + \sin 2\eta)} \\ A_3 &= \frac{2\eta(\cosh 2\eta + \cos 2\eta)}{\sinh 2\eta + \sin 2\eta} \end{aligned}$$

また、 $\pi_q$ 、 $\pi_\beta$ 、 $\pi_e$  はそれぞれ、分布外力が生じている場合、組紐被覆の張力が発生している場合、両テープの端部での接触力が発生している場合の歪エネルギーである。 $\pi_{q\beta}$ 、 $\pi_{\beta e}$  は、それぞれの力が同時に作用している場合に発生している歪エネルギーである。

今、テープ端部で剪断力が生じないと仮定すると、歪 $\varepsilon_{edge}^{in}$ 、 $\varepsilon_{edge}^{out}$  は、 $z$  方向に生じる力 $p_{zo}$ を用いて、

$$\varepsilon_{edge}^{in} = \frac{1}{E_x h} \cdot \frac{p_{zo}^{in}}{\kappa^{in}}, \quad \varepsilon_{edge}^{out} = \frac{1}{E_x h} \cdot \frac{p_{zo}^{out}}{\kappa^{out}} \quad (3)$$

と表せ、 $\tilde{q}$ 、 $q$  及び $q_b$  を、

$$\begin{aligned} \tilde{q} &= \frac{\varepsilon_{edge}^{in} + \varepsilon_{edge}^{out}}{2} = \frac{1}{2E_x h} \left( \frac{p_{zo}^{in}}{\kappa^{in}} + \frac{p_{zo}^{out}}{\kappa^{out}} \right) \\ q &= \frac{\varepsilon_{edge}^{in} - \varepsilon_{edge}^{out}}{2} = \frac{1}{2E_x h} \left( \frac{p_{zo}^{in}}{\kappa^{in}} - \frac{p_{zo}^{out}}{\kappa^{out}} \right) \\ q_b &= q \cdot b\kappa = \frac{b\kappa}{2E_x h} \left( \frac{p_{zo}^{in}}{\kappa^{in}} - \frac{p_{zo}^{out}}{\kappa^{out}} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

とする。また、テープ端部同士の接触の影響に関する無次元パラメータ $e$  を以下のように定義する。

$$\begin{cases} P_o = -\frac{h}{2b} \left( 1 + \frac{h\kappa_o}{6} \right) + \nu_x \left( \frac{\kappa_o}{\kappa^{in} A_1^{in} + \kappa^{out} A_1^{out}} + \frac{\kappa}{3\tilde{D}_y} \frac{E_x b h q_b}{\kappa^{in} A_2^{in} - \kappa^{out} A_2^{out}} \right) \\ P_e = \frac{\kappa^{in} + \kappa^{out}}{\kappa} + \frac{E_y h^3}{4\tilde{D}_y} \left( 1 + \frac{h\kappa_o}{6} \right)^2 \left( \frac{\kappa^{in} A_1^{in} + \kappa^{out} A_1^{out}}{\kappa} \right) \\ P_\beta = 2\nu_z + \frac{E_y b^2 h^2}{6\tilde{D}_y} \left( 1 + \frac{h\kappa_o}{6} \right) (\kappa^{in} A_2^{in} - \kappa^{out} A_2^{out}) \\ e = -\frac{P_o}{P_e} - \frac{P_\beta}{P_e} \beta \end{cases} \quad (5)$$

ただし、 $\beta$  はメッシュ張力の影響を表す無次元パラメータであり、テープ端部での外力 $T_{edge}^{out}$ 、 $T_{edge}^{in}$ の差から、以下の式で表される。

$$\beta = \frac{T_{edge}^{out} - T_{edge}^{in}}{4E_x b^2 h \kappa}, \quad T_{edge}^{out} + T_{edge}^{in} = 4E_x b \tilde{q} \quad (6)$$

$A_1 \sim A_3$ 、 $\kappa$ 、 $q_b$ 、 $\tilde{q}$ 、 $\beta$ 、 $e$  を用いて、(1)式の各歪エネルギーは以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} \pi_q &= \frac{E_x h q_b^2}{b} \left( \frac{A_3^{in} - 1}{\kappa \kappa^{in}} + \frac{A_3^{out} - 1}{\kappa \kappa^{out}} \right) + 2E_x b h \tilde{q}^2 \\ \pi_\beta &= E_x b^3 h \left( \frac{\kappa A_3^{in}}{\kappa^{in}} + \frac{\kappa A_3^{out}}{\kappa^{out}} \right) \kappa^2 \beta^2 \\ \pi_e &= E_y b^3 h \left[ \frac{\kappa^{in} + \kappa^{out}}{\kappa} + \frac{E_y h^3}{4\tilde{D}_y} \left( 1 + \frac{h\kappa_o}{6} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. \times \left( \frac{\kappa^{in} A_1^{in} + \kappa^{out} A_1^{out}}{\kappa} \right) \right] \kappa^2 e^2 \\ \pi_{q\beta} &= \frac{E_x E_y b^3 h^3 q_b}{3\tilde{D}_y} \left( 1 + \frac{h\kappa_o}{6} \right) \\ &\quad \times \left( \frac{\kappa^{in} A_2^{in} - \kappa^{out} A_2^{out}}{\kappa^2} \right) \kappa^2 e \\ &\quad + 2E_x b h \left[ q_b \left( \frac{A_3^{in} - 1}{\kappa \kappa^{in}} + \frac{A_3^{out} - 1}{\kappa \kappa^{out}} \right) + b h \tilde{q} \right] \kappa^2 \beta \\ \pi_{\beta e} &= E_x b^4 \left[ \frac{4h}{b} \nu_y + \frac{E_x b h^3}{3\tilde{D}_y} \left( 1 + \frac{h\kappa_o}{6} \right) \right. \\ &\quad \left. \times (\kappa^{in} A_2^{in} - \kappa^{out} A_2^{out}) \right] \kappa^2 \beta e \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、曲げ剛性は、

$$D_x^b = \frac{\partial^2 \pi_{total}}{\partial \kappa^2} \quad (8)$$

で与えられる。ここでは、 $\kappa = 0$  の状態での曲げ剛性を求めたいので、 $\pi_{total}$  を $\kappa$  の二次式で展開する。(1)式の各歪エネルギーを、 $\kappa$  の二次式で表すため、テイラー展開を用い、(2)式の $A_1$

～ $A_3$  を以下のように展開する.

$$\begin{aligned}
A_1 &\approx 1 - \frac{4}{45}\eta^4 = 1 - \frac{E_x b^4 h}{45 \tilde{D}_y} \kappa^2 \\
A_2 &\approx 1 - \frac{4}{35}\eta^4 = 1 - \frac{E_x b^4 h}{35 \tilde{D}_y} \kappa^2 \\
A_3 &\approx 1 + \frac{8}{15}\eta^4 - \frac{1856}{2835}\eta^8 \\
&= 1 + \frac{2E_x b^4 h}{15 \tilde{D}_y} \kappa^2 - \frac{116}{2835} \left( \frac{E_x b^4 h}{\tilde{D}_y} \right)^2 \kappa^4
\end{aligned} \tag{9}$$

(9)式を用いると、式及び(7)式の各歪エネルギーは、以下のよう  
に近似できる.

$$\begin{aligned}
&\frac{\kappa}{\kappa^{in}} \pi_{free}^{in} + \frac{\kappa}{\kappa^{out}} \pi_{free}^{out} \\
&\approx 2 \left[ \frac{bh^3 E_x}{12} \left( 1 - \frac{h^2 \kappa_o^2}{12} \right) + \frac{E_x b^5 h \kappa_o^2}{45} \right] \kappa^2 \\
\pi_q &\approx \frac{E_x h q_b^2}{b} \left[ \frac{4E_x b^4 h}{15 \tilde{D}_y} \left( 1 + \frac{h^2}{4} \kappa^2 \right) \right. \\
&\quad \left. - \frac{232}{2835} \left( \frac{E_x b^4 h}{\tilde{D}_y} \right)^2 \kappa^2 \right] + 2E_x b h \tilde{q}^2 \\
\pi_\beta &\approx 2E_x b^3 h \kappa^2 \beta^2 \\
\pi_e &\approx 2E_y b^3 h \left[ 1 + \frac{E_y h^3}{4 \tilde{D}_y} \left( 1 + \frac{h \kappa_o}{6} \right) \right]^2 \kappa^2 e^2 \\
\pi_{q\beta} &\approx \frac{E_x E_y b^3 h^4 q_b}{3 \tilde{D}_y} \left( 1 + \frac{h \kappa_o}{6} \right) \kappa^2 e \\
&\quad + 2E_x b h \left[ \frac{4E_x b^4 h}{15 \tilde{D}_y} q_b + b h \tilde{q} \right] \kappa^2 \beta \\
\pi_{\beta e} &\approx 4\nu_y E_x b^3 h \kappa^2 \beta e
\end{aligned} \tag{10}$$

従って、BCON ブームを曲げていない状態での、巻き付け方向  
の曲げ剛性  $D_x^b$  は、

$$\begin{aligned}
D_x^b &= \frac{\partial^2 \pi_{total}}{\partial \kappa^2} \Big|_{\kappa=0} \\
&= 4 \left[ \frac{E_x b h^3}{12} \left( 1 - \frac{h^2 \kappa_o^2}{12} \right) + \frac{E_x b^5 h \kappa_o^2}{45} \right] \\
&\quad + \frac{E_x h q_b^2}{b} \left[ \frac{2E_x b^4 h^3}{15 \tilde{D}_y} - \frac{464}{2835} \left( \frac{E_x b^4 h}{\tilde{D}_y} \right)^2 \right] \\
&\quad + 4E_x b^3 h \beta^2 \\
&\quad + 4E_y b^3 h \left[ 1 + \frac{E_y h^3}{4 \tilde{D}_y} \left( 1 + \frac{h \kappa_o}{6} \right) \right]^2 e^2 \\
&\quad + \frac{2E_x E_y b^3 h^4 q_b}{3 \tilde{D}_y} \left( 1 + \frac{h \kappa_o}{6} \right) e \\
&\quad + 4E_x b h \left[ \frac{4E_x b^4 h}{15 \tilde{D}_y} q_b + b h \tilde{q} \right] \beta \\
&\quad + 8\nu_y E_x b^3 h \beta e
\end{aligned} \tag{11}$$

また、 $\kappa = 0$  なので、 $A_1 \sim A_3$  はすべて1となるので、

$$\begin{aligned}
P_o &= - \left( 1 + \frac{h \kappa_o}{6} \right) \left( \frac{h}{b} \nu_y - \frac{E_x h^3 q_b}{3 \tilde{D}_y} \right) \\
P_e &= 2 \left[ 1 + \frac{E_y h^3}{4 \tilde{D}_y} \left( 1 + \frac{h \kappa_o}{6} \right) \right]^2 \\
P_\beta &= 2\nu_x
\end{aligned} \tag{12}$$

と表せる.

今、テープを曲げていない場合の、メッシュの締め付けによ  
る単位幅あたりの周方向張力を  $T_{bro}$  とすると、

$$T_{edge}^{out} = 2b T_{bro} + \alpha \kappa, T_{edge}^{in} = 2b T_{bro} - \alpha \kappa \tag{13}$$

ここで、 $\alpha$  はテープを曲げた際の締め付け張力  $T_{br}$  の変化率で  
ある。(6)式及び(13)式より、

$$\beta = \frac{\alpha}{2E_x b^2 h}, \tilde{q} = \frac{T_{bro}}{E_x} \tag{14}$$

であるが、エネルギー全体への影響を考慮し、ブームを曲げてい  
ない状態での、メッシュの締め付けによる張力は、無視できる  
程度のオーダーであるとし、

$$T_{bro} \approx 0 \tag{15}$$

と近似すると、結局、

$$p_{zo}^{in} = p_{zo}^{out} = 0, \tilde{q} = q_b = 0 \tag{16}$$

である。以上を整理すると、

$$\begin{aligned}
e &= \frac{\left( 1 + \frac{h \kappa_o}{6} \right)}{2 \left[ 1 - \frac{h^2 \kappa_o^2}{12} + 3(1 - \nu_x \nu_y) \left( 1 + \frac{h \kappa_o}{6} \right)^2 \right]} \\
&\quad \times \left[ \frac{h}{b} \left( 1 - \frac{h^2 \kappa_o^2}{12} \right) \nu_y - \frac{4(1 - \nu_x \nu_y)}{1 + h \kappa_o / 2} \frac{T_{br} b \kappa_o}{E_y h} \right]
\end{aligned} \tag{17}$$

であり、巻き付け方向の曲げ剛性は、

$$\begin{aligned}
D_x^b &= 4 \left[ \frac{E_x b h^3}{12} \left( 1 - \frac{h^2 \kappa_o^2}{12} \right) + \frac{E_x b^5 h \kappa_o^2}{45} \right] \\
&\quad + \frac{E_x h}{b} \left[ \frac{T_{br} b \kappa_o}{E_x h (1 + h \kappa_o / 2)} \right]^2 \\
&\quad \times \left[ \frac{2E_x b^4 h^3}{15 \tilde{D}_y} - \frac{464}{2835} \left( \frac{E_x b^4 h}{\tilde{D}_y} \right)^2 \right] \\
&\quad + 4E_y b^3 h \left[ 1 + \frac{E_y h^3}{4 \tilde{D}_y} \left( 1 + \frac{h \kappa_o}{6} \right) \right]^2 e^2 \\
&\quad + \frac{2E_x E_y b^3 h^4}{3 \tilde{D}_y} \left[ \frac{T_{br} b \kappa_o}{E_x h (1 + h \kappa_o / 2)} \right] \left( 1 + \frac{h \kappa_o}{6} \right) e
\end{aligned} \tag{18}$$

となる。

### 3. 考察

2節で示した(17)式及び(18)式を用いて、BCON ブームの曲げ  
剛性を算出する。各値には、以下の Table 1 に示す値を用いる。

これらの値は、現在本研究室で使用している BCON ブームの  
諸元値である。

Table 1 Material and geometric properties

$E_x, E_y$	206GPa
$\nu_x, \nu_y$	0.3
$b$	$8.00 \times 10^{-3} \text{m}$
$R$	$1.66 \times 10^{-2} \text{m}$
$\kappa_o$	$60.2 \text{m}^{-1}$
$h$	$0.131 \times 10^{-3} \text{m}$

まず, 2章に示した通り, メッシュ張力は無視できるものとし,  $T_{br} = 0$  として計算する. 計算結果を以下の Table 2 に示す.

Table 2 Flexural rigidity

$D_x^b$	$0.222 \text{N} \cdot \text{m}^2$
---------	-----------------------------------

ここで, メッシュ張力の影響を調べるため,  $T_{br}$  を変化させた場合の曲げ剛性を算出する. メッシュ張力は微小であるとし, 0~10N の間で変化させた. メッシュ張力と BCON ブームの曲げ剛性の関係を, 以下の Fig. 6 に示す.

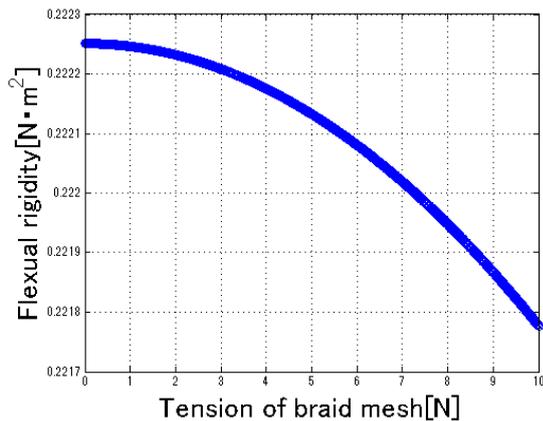


Fig. 6 Relation between tension of braid mesh and flexural rigidity

Fig. 6 より, メッシュ張力が低い区間, 特に 3N 以下の区間では, 曲げ剛性の変化は  $10^4$  オーダーであるので, さほど影響はないと言える. しかし, メッシュ張力が増加するにつれ, 曲げ剛性が 2 次曲線的に低下していくことがわかる.

このことから, メッシュ張力が小さければ, 曲げ剛性への影響は無視でき, メッシュ張力が大きくなるにつれ, 曲げ剛性は低下する, ということがわかった.

#### 4. 結論

本稿では, BCON ブームの曲げ剛性に対する, メッシュ張力の影響を評価するため, BCON ブームの歪エネルギーから, 各境界条件を用い, BCON ブームの曲げ剛性を示した. また, メッシュ張力の曲げ剛性への影響を評価した. その結果, 以下の結論を得た.

- 1) メッシュ張力の項を含んだ, BCON ブームの曲げ剛性の式を示した.
- 2) メッシュ張力が低い場合, BCON ブームの曲げ剛性への影

響は少ない.

- 3) メッシュ張力が大きくなるにつれ, BCON ブームの曲げ剛性は低下する.

今後は, 実際の BCON ブームにどれほどのメッシュ張力が生じているかを計測し, 本稿で示した結果の妥当性を検証する. また, メッシュ張力を考慮した, 自己展開トラス構造の展開挙動予測コードを作成する.

#### 謝辞

本研究は文科省・科研費 15H04204 の補助を受けて行われました.

#### 参考文献

- [1] Tiffany Glassman, Amy Lo, Chuck Lillie, and Keith Kroening, New Worlds Observer Mission Design, AIAA Mission Design Paper, 2007
- [2] John C. Mankins, SPS-ALPHA: The First Practical Solar Power Satellite via Arbitrarily Large Phased Array, NASA Innovative Advanced Concepts Program NIAC Phase 1 Final Report, 2012
- [3] 渡邊秋人, 伊藤裕明, 堀利行, 組紐を被覆した伸張構造物の検討, 第 56 回宇宙科学技術連合講演会講演集, JSASS-2012-4496, 2012 年
- [4] 田村明寛, パイコンベックスブームを用いた自己展開構造物の展開挙動, 平成 28 年度日本大学大学院理工学研究科航空宇宙工学専攻修士論文, 2017 年
- [5] 井上翔太, BCON ブームを用いた自己展開トラスの構造の展開性評価, 平成 27 年度日本大学大学院理工学研究科航空宇宙工学専攻修士論文, 2016 年
- [6] 福永桃子, 宮崎康行, 自己展開トラスの展開性向上, 第 61 回宇宙科学技術連合講演会, JSASS-2017-4701, 2017 年
- [7] Yasuyuki Miyazaki, Shota Inoue, and Akihiro Tamura, Analytical solution of the bending of a bi-convex boom, Mechanical Engineering Journal, Vol.2, No.6, Paper No.15-00465, 2015