膜面宇宙構造物のデータ駆動型モデル低次元化

Empirical Data Driven Model Reduction for Membrane Space Structure

宮崎・山崎研究室
Miyazaki-Yamazaki Laboratory
梅澤孝文
Umezawa Takafumi

It is essential to estimate the behavior of membrane space structures by numerical analysis because the ground experiment is difficult. However, for numerical analysis, the nonlinear structure dynamics particular to these structures and the necessity of iterative calculation like the Newton method are affected, so that the computational cost becomes high. Therefore, in this paper, we propose using data driven model reduction in which past measurement data are used to improve the calculation cost. This model reduction techniques first reduce the spatial complexity by exploiting knowledge of model's spatial behavior. Then by exploiting knowledge of system temporal behavior and forecast accurate initial value of iterative calculation such as Newton method, temporal complexity is also reduced. We applied this method to nonlinear finite element analysis method based on EMM and confirmed the effectiveness of this method as the number of iterative calculation decreases.

1. 序論

1.1. 研究背景，目的

近年，宇宙太陽光発電(SSPS)や，スターシェード(Fig.1)のような大型宇宙構造物の実現に向けた研究が行われている．一般的にこれら構造物の，ロケットによる宇宙空間への輸送を考慮すると，ロケットに搭載可能な重量・容積の関係より，軽量で，地上では小さく収納でき，宇宙空間で展開できるような構造であることが望ましい．これらを満たす構造様式として，非常に薄い膜面(数μm)やケーブルといった極めて柔軟な展開構造(ゴッサマー構造)と，人工衛星構体や展開支持構造のような，剛性の高い構造とから成る，膜面宇宙構造物が次世代の宇宙構造物様式として注目されている．

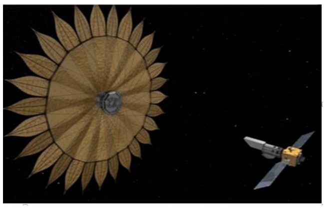

Fig.1 star shade[1]

膜面宇宙構造物における大きな課題は，大気や重力の影響を大きく受けることにより，地上実験が困難であることがあげられる．そのため設計・開発・運用の全てのフェイズで数値解析による挙動予測が必要不可欠である．数値解析手法として，数値的に安定に挙動の予測ができる，エネルギーモーメンタム法(Energy Momentum Method:EMM)に基づいた非線形有限要素解析手法が提案されており[2]，2010 年に JAXA が打ち上げた，小型ソーラー電力セイル実証機 IKAROS(Fig. 2)の，軌道上のデータとの比較によりその妥当性が評価されている．[3]

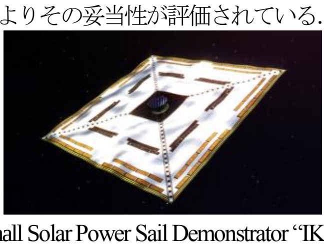

Fig. 2 Small Solar Power Sail Demonstrator "IKAROS"[4]

しかし軌道上実証された非線形有限要素解析は，膜面宇宙構造物特有の非線形構造ダイナミクス(容易に座屈，減衰が小さい，運動が大変位，大回転)や，EMM が繰り返し計算を必要とする陰解法である等の理由から数値解析の計算コストが高くなってしまうため，現実的な計算時間で予測が可能な数値解析手法の開発が求められている．

そこで本研究では，①事前の数値解析データから低次元の部分空間を選定し，フルモデルの数値解析モデルを低次元の部分空間上で解き空間的な複雑度の低減を図る．　②低次元モデルの時間領域における情報から，Newton 法のような繰り返し計算の妥当な初期値を推定し，計算回数を低減させることにより，時間的な複雑度の低減を図る．

上述した事前データを用いたデータ駆動型のアプローチを EMM に基づいた非線形有限要素解析手法に用いることにより，空間・時間的に複雑度を低減し計算コストの改善を目指す．

2. 理論

本節では，本研究の目的を達成するために用いる手法について説明する．2.1では，フルモデルの数値解析データから低次元の部分空間を選定する，空間的な複雑度の低減手法について説明し，2.2では，2.1の手法で作られる低次元モデルに対して，繰り返し計算の妥当な初期値を推定する，時間的な複雑度の低減手法について説明する．

2.1. 固有直交分解

本研究では膜面宇宙構造物のダイナミクスの特徴を捉える低次元空間の選定に固有直交分解(Proper Orthogonal Decomposition)[5]を用いる．この解析法は与えられた多次元データから低次元成分を抽出する方法である．すなわちデータを最も効率よく展開できるように基底を求める手法である．

ある時系列データ $\boldsymbol{x}(t) \in \mathbb{R}^n,\ t_{\min} < t < t_{\max}$ があたえられとする． $\boldsymbol{x}(t)$ を r の次元で基底で表し，また元の n 次元に戻した際の残差が最小となるような基底を，データに一番都合のよい基底とする．基底を $\{\phi_k\}_{k=1}^r$ とすると，上述の射影は

$$\tilde{\boldsymbol{P}} = \sum_{k=1}^{r} \tilde{\phi}_k \tilde{\phi}_k^T \qquad (1)$$

となる．これはデータの分散を一番大きく取れる方向にデータを射影することと同じであり，以下の最適化問題を解くことで求められる．

$$
\begin{aligned}
\{\boldsymbol{\phi}_k\}_{k=1}^{r} &= \underset{\{\tilde{\boldsymbol{\phi}}_k\}_{k=1}^{r}}{\arg\min} \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} \left\|\boldsymbol{x}(t) - \tilde{\boldsymbol{P}}\boldsymbol{x}(t)\right\|^2 dt \\
&= \underset{\{\tilde{\boldsymbol{\phi}}_k\}_{k=1}^{r}}{\arg\max} \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} \left\|\tilde{\boldsymbol{P}}\boldsymbol{x}(t)\right\|^2 dt
\end{aligned}
\tag{2}
$$

これは以下の固有方程式の固有ベクトルと固有値を求めることで解ける．

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{R}\boldsymbol{\phi}_k = \lambda_k \boldsymbol{\phi}_k\,,\ \lambda_1 \geq \dots \lambda_n \geq 0 \\
&where,\ \boldsymbol{R} = \int_{t_{\max}}^{t_{\min}} \boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{x}(t)^T\, dt \in \mathbb{R}^{n\times n}
\end{aligned}
\tag{3}
$$

この固有値は各々の固有ベクトルがどれほど良くデータを抽出できるかを表すため，固有ベクトルを固有値の大きい順に並べ替えるものとすると，全ての固有値の和に対する r 次までの固有値の和が，r 次までの固有ベクトルが有する全体に対する累積寄与率 μ_r となり，低次元空間の次元数の選定に用いる事ができる

$$
\mu_r = \sum_{k=1}^{r} \lambda_k \Big/ \sum_{k=1}^{n} \lambda_k \tag{4}
$$

2.2. GappyPODによる未知数の推定方法

固有直交分解はデータの縮約だけでなく，データの復元に利用することが可能であり，GappyPOD は未知数，未計算値を有するベクトル場のデータを再構築する手法である．GappyPOD は Everson と Sirovich により，欠損した画像データの再構築という静的問題に対して適用され[6]，Kevin Carlberg 等は非線形の低次元モデルに対して Newton 法の様な反復計算の初期値の推定に GappyPOD 手法を適用した[7]．本研究では EMM で定式化された非線形有限要素解析に，上記の手法を適用する．

本手法による未知数の推定はOffline(時間方向の基底導出)とOnline(推定)の2段階のステップからなる．Offline stageではOnline stageでの予測に使用する時間方向の基底を算出する．事前に行う数値解析において，Newton法における収束計算の，ある時間ステップ $n(=1,\dots,M)$ での最終的な収束値 $\boldsymbol{U}_j \in \mathbb{R}^M$，$j = 1,..,N$ (N は次元数)を得る．このデータに対し固有直交分解を用いて時間方向の基底 $\boldsymbol{\psi}_j \in \mathbb{R}^{M\times a_j}$ (a_j はデータを表すのに十分な基底数)を導出する．Online stageではNewton法のような解法における初期値の推定を行う．推定を行うために，Offline stageで算出された時間方向の基底 $\boldsymbol{\psi}_j$ と，Onlineで計算された前 α 時間ステップでの収束値 $\boldsymbol{U}_j \in \mathbb{R}^{\alpha}$ を使用し，収束値 $\hat{\boldsymbol{U}}_j \in \mathbb{R}^M$ の推定を行う．$\hat{\boldsymbol{U}}_j$ は $\boldsymbol{\psi}_j$ を使用し，以下の様に分解して表現することが出来る．

$$
\hat{\boldsymbol{U}}_j = \boldsymbol{z}_j \boldsymbol{\psi}_j \tag{5}
$$

ここで係数 $\boldsymbol{z}_j$ の算出に GappyPOD 手法を用いる．以下のような誤差関数の最小化を考える．

$$
\boldsymbol{z}_j = \underset{\boldsymbol{z}\in\mathbb{R}^{a_j}}{\arg\min} \left\|\boldsymbol{Z}(n,\alpha)\boldsymbol{\psi}_j \boldsymbol{z} - \boldsymbol{Z}(n,\alpha)\hat{\boldsymbol{U}}_j\right\| \tag{6}
$$

ここで $\boldsymbol{Z}(n,\alpha) \in \{0,1\}^{\alpha\times M}$ は前 α ステップまでの対応する要素を抜き出すサンプリングマトリクスである．内積を (u,v) と定義すると，(6)式の最小化は以下の様な線形代数方程式に書き下すことが出来る．

$$
\begin{aligned}
&\textstyle\sum_{i=1}^{a_j} (\boldsymbol{\psi}_j^i, \boldsymbol{\psi}_j^k)\boldsymbol{z}_j^{\,k} = (\hat{\boldsymbol{U}}_j, \boldsymbol{\psi}_j^k) \\
&where\ \boldsymbol{\psi}_j^i = [\psi_j(n-\alpha,i)\dots\psi_j(n-1,i)]^T
\end{aligned}
\tag{7}
$$

$\boldsymbol{z}_j^{\,k}$ について $k = 1,\dots,a_j$ で(7)式を解き，求めた $\boldsymbol{z}_j (= [z_j^1 \dots z_j^{a_j}])$ を用いると，未知数の推定 $\hat{\boldsymbol{U}}_j \in \mathbb{R}^M$ は次式の様に表現できる．

$$
\hat{\boldsymbol{U}}_j \simeq \boldsymbol{z}_j \boldsymbol{\psi}_j \tag{8}
$$

3. 数値解析モデル

本研究では Fig. 3，Table 1 で示された膜面宇宙構造物を想定した簡易モデル(膜面をケーブル要素でモデル化し，4×3 のメッシュ分割を行い，OP 面を固定し，32 自由度のモデルを構築)に対して本手法の有効性の確認を行っていく．

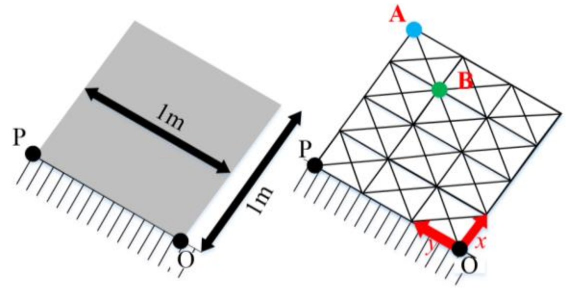

Fig. 3 Membrane Model(Modeled By Cabale Net Model)

Table 1 Parameters of the membrane model

Young modulus[GPa]	3.0
Density[kg/m^3]	1.42×10^{3}
Cross sectional area[m^2]	1.0×10^{-5}
Compressive stiffness	1.0×10^{-2}

4. 結果

本節では，3 節で示した数値解析モデルに対し，Fig. 3 の A 点に初期変位として $(x,y) = (0.5\,mm, 0.5\,mm)$ を与え，時間ステップ $dt = 0.0001[s]$，時間 $t[s]$ が $0 \leq t \leq 0.02$ としてシミュレーションを行った． 4.1，4.2 節に空間的・時間的な複雑度の低減結果を示す．

4.1. 固有直交分解法による空間的な複雑度の低減

まず Table 1 の条件に基づいて事前に解析を行い，得られたデータに対して低次元空間の選定を行った．その際，算出された累積寄与率と次元数の関係を Fig. 4 に示す．

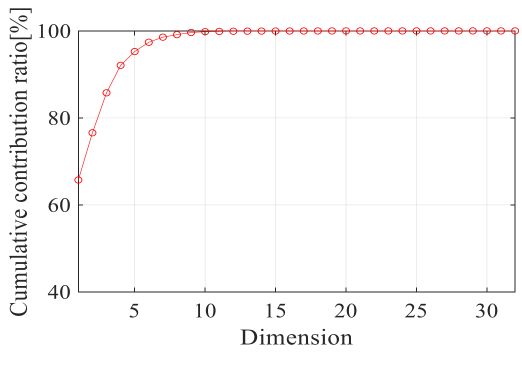

Fig. 4 Cumulative contribution ratio

また，累積寄与率と次元数の具体的な数値について Table 2 に示す．

Table 2 Cumulative contribution ratio

Dimension number	Cumulative contribution ration [%]
1	51.782
5	90.458
10	98.270
17	99.921
20	99.970
32	100

得られた結果よりフルモデルに対して次元の数を 17 次元に落として Fig. 3 に示すモデルのシミュレーションを行った. Fig. 3，B 点の x , y 座標の変位に着目し，フルモデルと低次元モデル(ROM : Reduced Order Model)の比較を Fig. 5，Fig. 6 に示す.

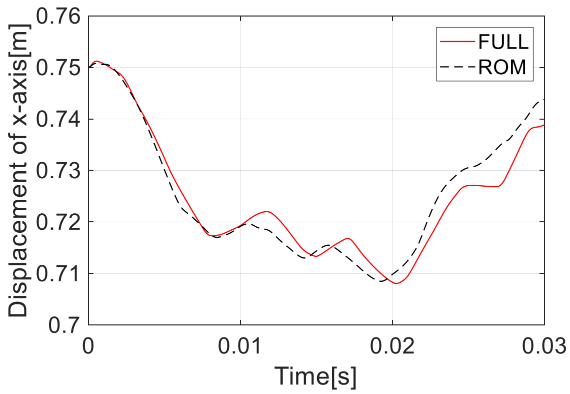

Fig. 5 Node B displacement of X-axis (Full : Red, ROM : Black)

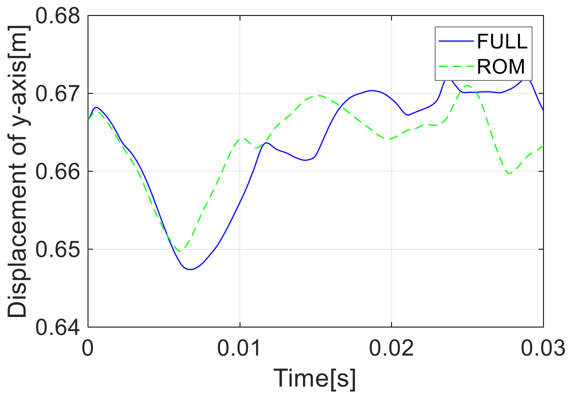

Fig. 6 Node B displacement of Y-axis (Full : Blue, ROM : Green)

また次に B 点における x , y 座標の変位の絶対誤差と相対誤差の最大値について Table 3 に示す．絶対誤差，相対誤差はフルモデルのデータを x_{full}，低次元モデルのデータを x_{rom} として(9)式より算出した.

$$\begin{aligned} absolute\,error &= \left| x_{full} - x_{rom} \right| \\ relative\,error &= absolute\,error \times 100 \big/ x_{full} \end{aligned} \tag{9}$$

Table 3 Error rate

Absolute error [m]		Relative error [%]	
X	*Y*	*X*	*y*
0.0078	0.0108	1.074	1.613

また，ここでフルモデルの次元数 32 次元に対して，次元数を徐々に減少させていくときの Newton 法の反復計算回数の遷移を Fig. 7 に示す.

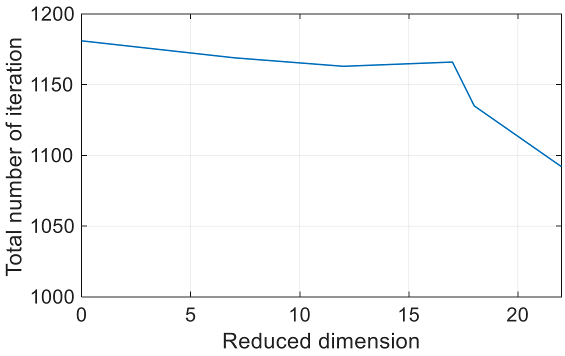

Fig. 7 Dimension reduction number and iterative calculation total number

4.2. 初期値の推定による時間的な複雑度の低減

4.1 節で選定した低次元モデルに対して，Newton 法の初期値の推定を行った．選定した低次元モデルと Newton 法の初期値の推定を行ったモデルの B 点での運動の比較を Fig. 8, Fig. 9 に示す．ここで推定に $t = 0.005[s]$ までのデータを使って $t = 0.005[s]$ 以降の初期値の予測を行った.

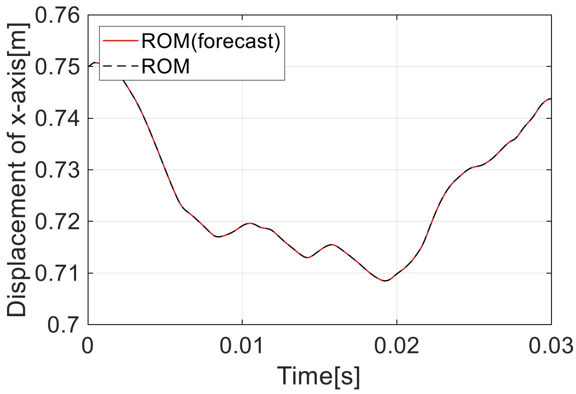

Fig. 8 Node B displacement of X-axis (ROM(with forecast) : Red, ROM : Black)

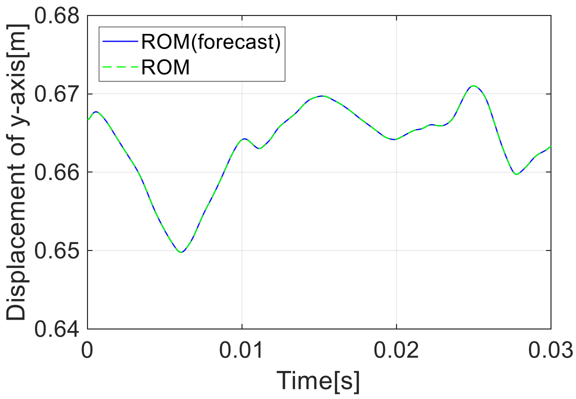

Fig. 9 Node B displacement of Y-axis (ROM(with forecast) : Blue, ROM: Green)

また B 点における x 座標の変位における相対誤差の時間変化について Fig. 10 に示す.

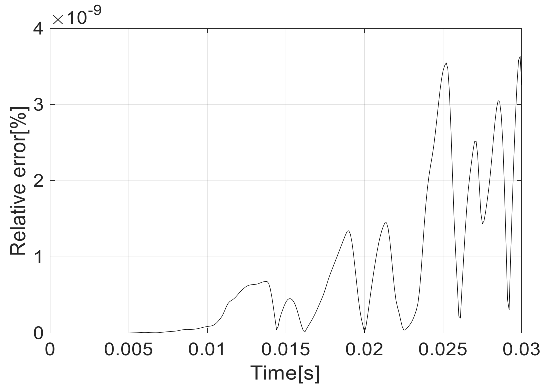

Fig. 10 Relative error

次にフルモデルと低次元モデルと反復計算の初期値の予測を行った場合の反復計算の総回数を Table 4 に示す.

Table 4 Total number of iterative calculations

Full model	Reduced order model(17 Dimension)	Reduced order model(forecast)
1181	1166	559

5. 考察

Fig. 4, Table 2 より，累積寄与率の数値に注目すると，Fig. 3, に示すモデルが，Table 1 で示すパラメータで 17 次以降まで考慮すれば，フルモデルの情報に対して 99.9%以上の情報を表すことが出来ることが分かる．これより 17 次までの低次元空間を選定し，選定した低次元空間内で Table 1 で示すパラメータを用い，シミュレーションを行うと，Fig. 5，Fig. 6 よりフルモデルの挙動に対して，低次元モデルの挙動が大まかな挙動の流れは示せていることが分かり，Table 3 より最大の誤差が相対誤差で1.074%,1.613%　となることから，時間$0 \leq t \leq 0.02$で精度の良い低次元空間が得られたといえる．この誤差は，モデルを低次元空間に射影することによる誤差であると考えられる. また Fig. 7 よりフルモデルに対して次元数を削減すると，反復計算の総回数が減っていることが分かる．これは空間的に複雑度を低減することにより，収束判定条件を満たすべき変数の数が減ることによるものであると考えられる．しかし次元数を削減するにつれて，Newton 法の反復計算回数は減少するが，フルモデルに対する誤差が大きくなることが予測されるため，空間的な複雑度の低減には限度があると思われる．ここで低次元モデルに対して Newton 法の妥当な初期値の推定を行った低次元モデルは Fig. 8，Fig. 9，Fig. 10 よりほとんど誤差のない挙動を示していることが分かる．また Table 4 にはフルモデル，低次元モデルと反復計算の初期値の推定を行ったモデルにおいて反復計算にかかった総回数を比較した. フルモデルから低次元モデルに射影することにより，空間的な複雑度が低減され，回数は減り，更に初期値の推定を行うことで時間的な複雑度が低減され，約 53%の反復計算の回数削減ができていることが分かる．

よって，空間的に複雑度を低減し，そのモデルに対し Newton 法の妥当な初期値を推定するという時間方向の複雑度を低減させることにより，より反復計算回数の削減が可能で追加の誤差がない，低次元モデルが構築可能であることが分かる. しかし Fig. 10 より時間が経つにつれ，挙動に多少の誤差に乗ることが分かる．これより初期値の推定の精度が，推定に使ったデータの直後では良く，時間が経つにつれ，精度が悪いものになっていることが分かる. そのため初期値の推定精度が悪くなるごとに推定の更新を行うことにより，より精度の良いシミュレーション結果が得られると思われる.

以上より，EMM に基づいた非線形有限要素解析手法に，本手法を適用することにより空間的・時間的な複雑度が低減できたといえる.

6. まとめ

本研究により，膜面宇宙構造物を想定した簡易モデルに対して，提案した手法の有効性が示せた. 今後の課題としては，まず反復計算の初期値推定を初期値の推定精度を確認しながら行えるようにし，より精度の良い初期値推定を行うことによる更なる反復計算回数の削減を目指すこと．また，複数のパラメータ入力に対して得られた，複数の事前データを用いたデータ駆動型のアプローチを EMM に基づいた非線形有限要素解析に適用すること．そして IKAROS のような剛体に膜面が付随するモデルに対して，本研究で提案した手法を用い空間的・時間的に複雑度を低減し，フルモデルに対して一定の精度を保ちながらも，計算コストの改善が見られるのか確認していくことがあげられる.

参考文献

[1] Salazar Origami, ORIGAMI for an INTERDEPENDENT WORLD, http://www.salazarigami.com/starshade/, 2015.

[2] Yasuyuki MIYAZAKI, Hiraku SAKAMOTO, Yoji SHIRASAWA, Osamu MORI, Hirotaka SAWADA, Masahiko YAMAZAKI, and IKAROS Demonstration Team, Finite Element Analysis of Deployment of Sail Membrane of IKAROS, The 28thInternational Symposium on Space Technology and Science, 2011-o-4-06v, pp.1-7, Okinawa Convention center, Okinawa, June 5-12, 2011.

[3] Yasuyuki Miyazaki, Yoji Shirasawa, Osamu Mori, Hirotaka Sawada, Nobukatsu Okuizumi, Hiraku Sakamoto, Saburo Matunaga, Hiroshi Furuya, Michihiro Natori, Conserving Finite Element Dynamics of Gossamer Structure and Its Application to Spinning Solar Sail “IKAROS”, 52ndAIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC/ Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 4-7 April 2011, Sheraton Denver, Denver, Colorado.

[4] JAXA, 小型ソーラー電力セイル実証機「IKAROS」 http://www.jaxa.jp/projects/sat/ikaros/index_j.html

[5] 平邦彦,固有直交分解による流体解析:1.基礎,ながれ 30,pp115-pp123, 2011.

[6] Everson, R. and Sirovich, L., The Karhunen-Loeve Procedure for Gappy Data, Journal of the Optical Society of America A: Optics,Image Science, and Vision, Volume 12, Issue 8, pp.1657-1664,August 1995.

[7] Kevin Carlberg, Jaideep Ray,and Bart van Bloemen Waanders,Decreasing the temporal complexity for nonlinear,implicit reduced-oreder models by forecasting, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 289, pp79–pp103, 2015.