

実験および数値解析による相似パラメータが運動に与える影響の評価

Experimental and Numerical Analysis Consideration on the Effect of Similarity Parameters on Motion

宮崎・山崎研究室
Miyazaki-Yamazaki Laboratory
会田圭佑, 吉光航平
Keisuke Aida, Yoshimitsu Kohei

Research has been conducted to predict the behavior of large membrane models using scale models that can be experimented on the ground. It is predictable by solving the same equation of motion by matching similarity parameters between models. However, it is difficult to perfectly match the similarity parameters. In this paper, we observed the effect of gravity by comparing the deployment ratio of the membrane with the phase of the tip mass under gravity and microgravity. In addition, we evaluated the influence of the similarity parameters on the motion by applying the dynamic mode decomposition to the spring mass damper model and showed a method of relaxation of similarity law.

1. 序論

1.1. 研究背景・課題

近年, SSPS 宇宙太陽光発電システム(Fig. 1)や Star Shade などの大型宇宙構造物に対する研究が多く行われている。宇宙に物を輸送するためにはロケットが必要であるが, その搭載重量・サイズには限界があるため, 軽量かつ高収納性・高展開性をもつ構造様式が求められる。非常に薄い膜面(数 μm 程度)やケーブルといった極めて柔軟な展開構造(ゴッサマー構造)はこれらの要求を満たすため, 宇宙構造物として注目を集めている。2010 年に打ち上げられた, 小型ソーラー電力セイル実証機 IKAROS(Fig. 1)は宇宙膜面構造物の代表的な構造物である。

宇宙膜面構造物の展開挙動の検証には地上実験および数値計算が必要である。しかし数値計算は宇宙膜面構造物特有の非線形ダイナミクスが原因となり, 計算コストが高くなるという課題を抱えている。またシミュレーションには現れない物理現象を見るため, また, シミュレーションの信頼性を高めるためには地上実験が必須である。しかしながら, 大型宇宙構造物における大きな課題は重力や大気の影響を強く受けてしまうことや実験できる環境が限られていることであり, IKAROS の開発においては真空槽落下実験やスケートリンクでの展開実験が行われる^[1]など, 実機サイズでの地上実験はとても大掛かりなものになってしまう。こういった背景のもと, 地上で比較的容易に実験可能な小型スケールモデルを用いることで, 実機の展開挙動を推定する方法が提案されている。膜の運動方程式を構成するパラメータ(相似パラメータ)をモデル間で一致させることで, 同様の運動を表すことができる, いわゆる相似則の導出・構築をする研究が行われてきた。

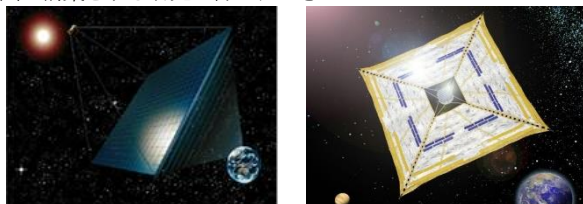


Fig. 1 SSPS(left)^[2], Solar sail "IKAROS"(right)^[3]

これまでの相似則における課題は, その妥当性を膜面の投影面積展開率のみで評価していること, 複数あるパラメータの中で, 一方を合わせると他方が成立しなくなる(例えば, モデル間のスケール比がある値の1乗に比例する場合と2乗に比例す

る場合が同時に成り立つことはない)ため, 全パラメータを完全に一致させることが困難であることが挙げられる。^[4] によって相似則の妥当性の検証方法の改善, および相似パラメータの不一致を考慮した相似則の緩和が求められている。

1.2. 研究目的

以上の背景より, 本研究では以下の2点に取り組む。

- 3次元位置復元されたデータを用いて, 展開中の先端マスの位相を求め, 展開挙動を観察し, 展開率と絡め, 相似則の評価を行う。
- 単一周波数をもったモードの足し合わせとして運動を分解することができる, 「動的モード分解」によってパネマスモデルの運動をモード分解することで, 相似パラメータが運動に及ぼす影響を評価し, 膜の相似則緩和への指標を示す。

2. 理論

本章では, 膜の展開ダイナミクスの3次元位置復元および運動のモード分解に必要な理論について述べる。2.1 節で2台のカメラを用いたステレオ画像法について述べる。2.2 節では, カメラ座標から物体座標への座標変換について述べる。2.3 節では物体座標から見た中心剛体と先端マスの位相差について述べる。2.4 節では, データを動的成分の足し合わせとして分解する動的モード分解の計算手順について述べる。

2.1. ステレオ画像法

ステレオ画像法を用いて, 膜の展開ダイナミクスの3次元位置復元を行う。ステレオ画像法とは2つの地点(計測点)から1点(対象点)を眺めるとき, 計測点の位置と視線方向を知ることによって, 対象の位置が求まるというものである。これは三角形の底辺(計測点間の距離)とそれをはさむ角度(視差方向)が与えられれば, 三角形が決定されるという性質に基づくもので, 三角測量法とも呼ばれる, Fig. 2 に示すように, 対象となる三次元座標 $P(x, y, z)$ は, 2枚の画像中の対応点座標 (x_L, y_L) と (x_R, y_R) から求まる。^[5]

$$x = \frac{x_L l}{x_L - x_R}, y = \frac{f l}{x_L - x_R}, z = \frac{y_L l}{x_L - x_R} \quad (1)$$

ここで, f は焦点距離, l はカメラ間距離である。

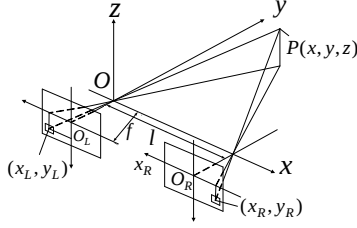


Fig. 2 Stereo Method principle

2.2. 座標変換

三次元位置復元した座標データは、カメラの光軸を Z 軸とする座標系で表されたものである。本研究では、中心剛体と先端マスの位相差を見るために、中心剛体に張り付けた座標系に変換する。カメラから見た膜面の座標系をカメラ座標系 R ，中心剛体と共に動く座標系を物体座標系 R_B とする。カメラ座標系 R の 3 つの基底ベクトルを $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$ とするとき、基底マトリクス R は次式となる。

$$R \equiv [\mathbf{i}_1 \ \mathbf{i}_2 \ \mathbf{i}_3] \quad (2)$$

式(2)において、 R が正規直交であるならば、

$$RR^T = R^T R = I \quad (3)$$

であり、 R は回転マトリクスであることが分かる。ただし I は 3 行 3 列の単位ベクトルである。次に、あるベクトル x をカメラ座標系 R から見た時の成分ベクトルを $\mathbf{x}$ ，物体座標系 R_B から見た時の成分ベクトル $\mathbf{e}$ の成分を e_1, e_2, e_3 とすると

$$\mathbf{x} = e_1 \mathbf{i}_1 + e_2 \mathbf{i}_2 + e_3 \mathbf{i}_3 = [\mathbf{i}_1 \ \mathbf{i}_2 \ \mathbf{i}_3] \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

となる。すなわち、

$$\mathbf{x} = R \mathbf{e} \quad (5)$$

であるから、

$$\mathbf{e} = R^T \mathbf{x} \quad (6)$$

によりカメラ座標から物体座標へ座標変換することができる。

2.3. 面積展開率・面内・面外位相

2.1, 2.2 節で示した方法により算出した膜の特徴点の 3 次元位置座標を用いることで、立体的な面積展開率を計算し膜形状を観察する。面内・面外位相を図示したものを Fig.3 に示す。中心剛体に張り付けた基準ベクトル(Fig.3:赤線)と物体座標系 R_B から見て動いている先端マスの位置ベクトル(Fig.3:緑線)とのなす角 θ_{IN} を面内位相と呼び、先端マスの位置ベクトルと物体座標系 R_B の XY 平面(Fig.3:紫線)とのなす角 θ_{OUT} を面外位相と呼ぶ。

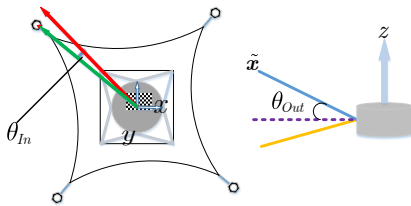


Fig.3 In-plane phase difference, Out-plane phase difference

2.4. 動的モード分解 (Dynamic mode decomposition)

膜面の展開運動をモード分解する手法として、本研究では動的モード分解(Dynamic Mode Decomposition, DMD^[6])を用いる。DMD はデータを動的成分の足し合わせとして分解する手法である。通常、膜構造のような複雑な運動は非線形方程式で表されるが、微小時間間隔での線形性を仮定し、以下のような線形ダイナミクスを定義する。

$$\mathbf{x}_{t+1} = A \mathbf{x}_t, t = 0, 1, \dots, T-1 \quad (7)$$

状態量 $\mathbf{x}_t \in C^{n \times m}$ を行列 $X_1, X_2 \in C^{n \times m-1}$ で定義する。

$$\begin{aligned} X_1 &= [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{m-1}], X_2 = [\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \dots, \mathbf{x}_m] \\ X_2 &= A X_1 \\ A &= X_1 X_2^\dagger \end{aligned} \quad (8)$$

$\dagger$ は一般化逆行列を表す。 X_1 を特異値分解(SVD)すると

$$X_1 \approx U \Sigma V^* \quad (9)$$

$U \in C^{n \times m-1}, V \in C^{m-1 \times m-1}$ はユニタリ行列、 $\Sigma \in C^{m-1 \times m-1}$ は特異値を対角成分に持つ行列である。また $*$ は随伴行列を表す。ここで、 X_1 のランク r を用いて

$$\tilde{A} = U_r^* A U_r = U_r^* X_2 V_r \Sigma^{-1} \quad (10)$$

と定義する。それぞれ $U_r \in C^{n \times r}, V_r \in C^{r \times r}, \Sigma \in C^{r \times r}$ である。

$\tilde{A}$ の固有ベクトルを W とすると、 A の固有ベクトルは

$$\Phi = X_2 V_r \Sigma_r^{-1} W \quad (11)$$

となり、 Φ を DMD モードと呼ぶ。状態量 $\mathbf{x}_t$ は

$$\mathbf{x}_{dmd} = \sum_{k=1}^r \phi_k \exp(\omega_k t) \alpha_k = D_\alpha \Phi \exp(\Omega t) \quad (12)$$

と表すことができる。ここで D_α は i モードの係数 α_i を対角成分に持つ行列であり、以下の式により、算出する。

$$\alpha_{opt} = \arg \min \|X_1 - D_\alpha \Phi \exp(\Omega t)\| \quad (13)$$

3. 実験

小型アクリル真空槽を用いた重力下での展開実験データと微小重力化での展開実験データを比較することで、膜の挙動に対する重力の影響を見る。今回用いた小型アクリル真空槽の外観を Fig. 4 に、諸元を Table 1 に示す。



Fig. 4 Small acrylic Vacuum chamber

Table 1 Small acrylic Vacuum chamber

Material	PMMA
Degree of Vacuum [Pa]	133
Internal capacity [L]	48
Weight [kg]	35

3.1. 実験モデル

本実験は、展開運動に支配的と思われる、重力・空気抵抗・膜の内力による歪みエネルギー・折り目の歪みエネルギー・先端

マスの運動エネルギーを相似パラメータとし^[4]、重力パラメータのみ 10^{-4} 倍異なる値に設定し行った。膜面モデルの外観を Fig. 5 に、諸元を Table 2 に示す。

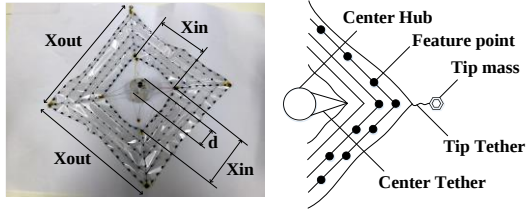


Fig. 5 Membrane Model

Table 2 Membrane Model

Times of fold [-]	3
Thickness of membrane [μm]	11.5
One side of square Xout [mm]	200
One side of square Xin [mm]	80
Diameter of Center hub d [mm]	30

Fig. 6 は展開機構の側面図と正面図で、側面には電磁石が 4 つ付いており、膜面が十字架になるように 4 つのガイドによって保持されている。

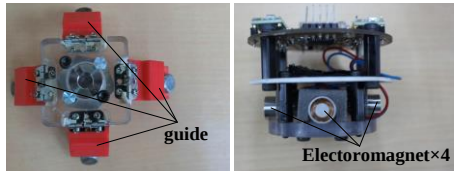


Fig. 6 Deployment Mechanism

3.2. 結果

上段に地上実験、下段に微小重力実験の 0.0[s]-0.90[s]の膜面の展開結果を Fig. 7 に示す。

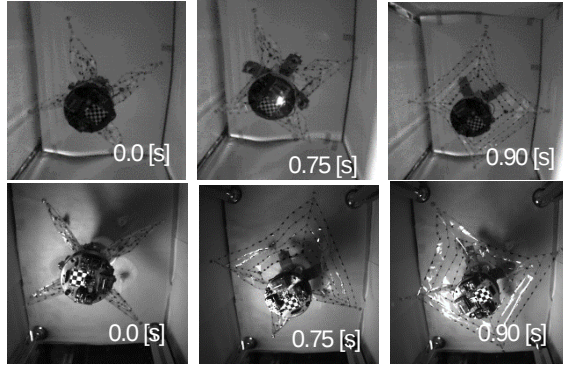


Fig. 7 Result of Membrane Deployment

上記の画像と、微小重力下で実験したときの二次元面積展開率を Fig. 8 に示す。

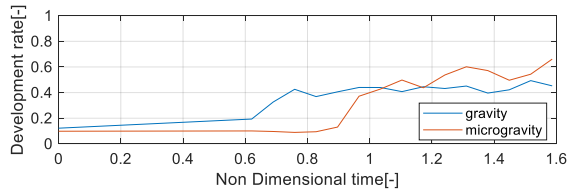


Fig. 8 Deployment Rate

物体座標から見た先端マスの面内・面外位相を Fig. 9 に示す。

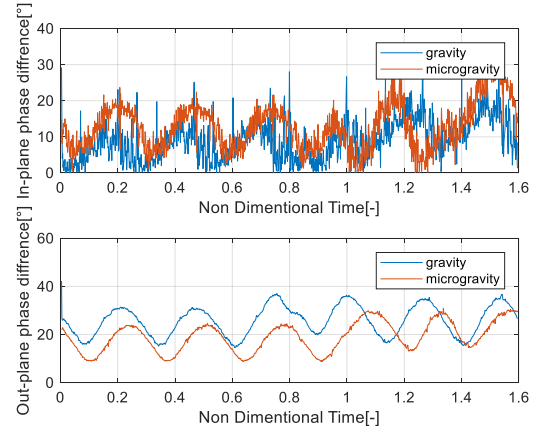


Fig. 9 Tip-mass In-Out phase difference

3.3. 考察

地上実験と微小重力実験の膜面モデルの形状は全く同じとし、重力項のみ相似パラメータがずれているという状態で実験を行った結果を、Fig. 8 に面積展開率として、Fig. 9 に面内・面外位相として示す。実験では、無次元時間が 0~1.3 の間で収納状態から四角形状態へ展開をしているが、その間での面内・面外位相は大きく変化していない。面外位相は、地上実験の方が微小重力実験より、面外に振れているが、周期や振幅の大きさには大きな違いは見えず、重力による垂れ下がり分だけをシフトすると、本実験の場合には重力項は面内・面外位相には大きく影響を与えていないことがわかった。これまでの研究では、二次元平面で相似パラメータの評価を行ってきたが、三次元位置復元を行うことでより細かな運動の評価が行えることがわかった。

4. 数値計算

4.1. 計算結果

2.4 節で示した動的モード分解を、膜の展開挙動の相似則へ適応する前段階として、多自由度のバネマスダンパモデルへの適応を試みた。解析モデルを Fig. 10 に示す。

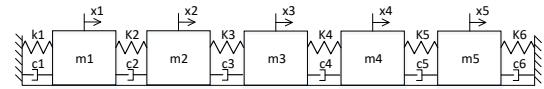


Fig. 10 Spring Mass Damper 5dof

運動方程式は

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (14)$$

を例に計算を行う。ただし、 $\mathbf{M}$ は質量マトリクス、 $\mathbf{C}$ は減衰マトリクス、 $\mathbf{K}$ は剛性マトリクスである。時間 t 、距離 $\mathbf{x}$ を有次元数 T, X 、無次元数 $\tilde{t}, \tilde{\mathbf{x}}$ を用いて $t = T\tilde{t}$ 、 $\mathbf{x} = X\tilde{\mathbf{x}}$ とおき、式(14)を有次元項と無次元項に分けると、

$$\ddot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}T\dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}T^2\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{0} \quad (15)$$

となる。ドットは時間微分を表す。有次元時間 T は任意に与えることができるので、 $T = 1$ とすると、式(15)は

$$\ddot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}\dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{0} \quad (16)$$

となる。よって式(16)の左辺第 2 項の係数 $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}$ と第 3 項の係数 $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}$ をモデル間で一致させることで、同じ運動を表すことができる。この解析モデルに対して、相似パラメータ

を完全に一致させた場合(Model1 と Model2)と、相対誤差で10%ずらした場合(Model1 と Model3)について、代表して質点1の挙動を比較する。その結果をFig. 11に示す。ここで相対誤差は以下の式に示す通り、各行列の (i, j) 成分ごとに計算を行った。

$$\begin{aligned} error1 &= \frac{(M^{-1}C)_{i,j}^{Model3} - (M^{-1}C)_{i,j}^{Model1}}{(M^{-1}C)_{i,j}^{Model1}} \times 100 [\%] \\ error2 &= \frac{(M^{-1}K)_{i,j}^{Model3} - (M^{-1}K)_{i,j}^{Model1}}{(M^{-1}K)_{i,j}^{Model1}} \times 100 [\%] \end{aligned} \quad (17)$$

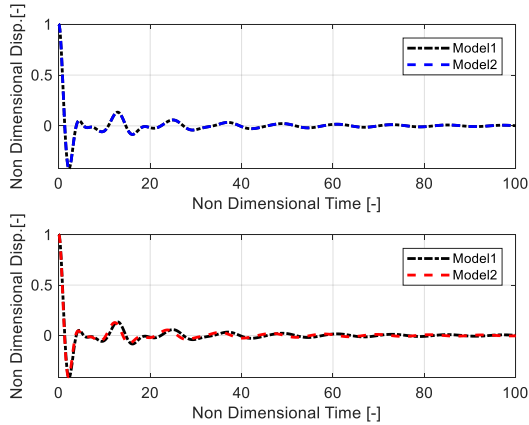


Fig. 11 Similarity Parameter (upper: 100% lower: 90%)

次に、Fig. 11 の下段の結果について、各モードの時間変化をFig. 12に示す。

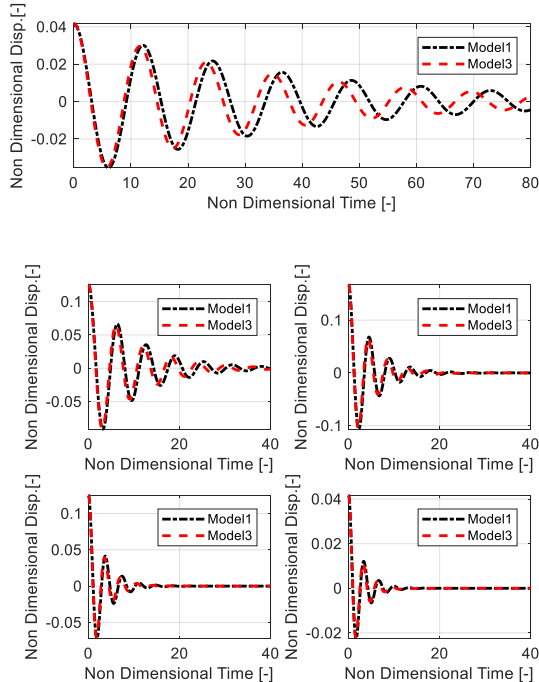


Fig. 12 Time change of each mode

4.2. 考察

Fig. 11 上図より、相似パラメータを完全に一致させた場合Model1 と Model2 の挙動は一致していることから、確かに相似則が成り立つことが分かる。しかし、1.1 節で述べた通り、

相似則を構成する関係式の都合上、相似パラメータを完全に一致させることは困難であるため、そういった状態を模擬するために、ここでは相似パラメータがモデル間で相対誤差10%となる場合について解析を行った。Fig. 11 下図より、相似パラメータの相対誤差が10%程度では、モデル間の挙動に多少の違いであれど大まかな挙動は一致していることが分かる。実際に、この運動をモード分解すると、Fig. 12に示す5つのモードを取り出すことができる。各モードに注目すると、Model1 で特にモデル間の誤差が大きく、高次のモードになるにつれ、誤差が小さくなっていることが分かる。これは、減衰の弱い低次モードで特に誤差が大きく、減衰の強い高次モードで誤差が小さい、すなわち、運動全体に見られた誤差は、低次モードが持つ誤差による所が大きいと考えられる。

今回扱ったバネマスモデルでは、相似パラメータのずれによる影響が運動に支配的な低次モードによく現れていた。今後は、相似パラメータのずれによる影響を定量的に整理し、全体の運動に大きく影響を与えない形で相似則の緩和法につなげていく。例えば、相似パラメータのずれによる影響が減衰の強い低次モードによく現れた場合、運動全体に対する影響は微小であるとして無視することで相似則の緩和につながると思われる。

5. 結論

- ・地上実験の方が、微小重力実験より面内・面外位相共に変化が大きく、重力の影響は少なからず展開挙動に影響してくると考えられる。
- ・バネマスモデルに対して動的モード分解を適応した
- ・相似パラメータが各モードに与える影響を定性的に評価することができた。

参考文献

- [1] 森治:近未来への招待状世界初の宇宙ヨット「イカロス」で挑む太陽系大航海時代
<http://www.nistep.go.jp/conference/nt110630/pdf/mori.pdf>
- [2] JAXA : 宇宙太陽光発電システム「SSPS」
<http://www.kenkai.jaxa.jp/research/ssps/ssps-ssps.html>
- [3] JAXA : 小型ソーラー電力セイル実証機「IKAROS」
http://www.jaxa.jp/projects/sat/ikaros/index_j.html
- [4] 立松裕基:遠心力展開式膜面の展開相似則に関する研究。日本大学修士論文, 2016, p8-16.
- [5] 植芝, 富田: 平面パターンを用いた複数カメラシステムのキャリブレーション. コンピュータビジョンとイメージメディア, 2002.
- [6] J. Nathan Kutz, Steven L. Brunton, Bingni W. Brunton, Joshua L. Proctor : Dynamic Mode Decomposition: Data-Driven Modeling of Complex Systems, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2017, p1-24.