ゴッサマー・マルチボディ・ダイナミクスのモデル低次元化と誤差評価

Model Reduction and Error Evaluation of Gossamer Multibody Dynamics

宮崎・山﨑研究室
Miyazaki-Yamazaki Laboratory
山口清
Kiyoshi Yamaguchi

Large space structure has been studied actively for decades. However, it is difficult to transport the structure without changing its shape because of regulation of rocket mountable volume. In addition, there is a regulation of its mass. Therefore, it is preferred that the structure is light-weight, can be stored on the ground, and can be deployed on orbit. Considering these, gossamer structure is the most suitable for it. However, the ground test of gossamer structure is difficult because of the influence of gravity and atmosphere. So, it is required to do numerical simulation. However, it takes a lot of computational time, because it has high nonlinearity. This study carries out the model reduction of the correct numerical simulation of gossamer structure, and evaluates the error and geometrical constraint condition. In addition, this study plans numerical cost reduction, and establishment of model reduction method applicable for space structure.

1. 序論

数十年に渡り，宇宙太陽光発電(Space Solar Power System)や，Star shade(Fig.1)の様な大型宇宙構造物の実現に向けた研究が行われてきている．しかし，打ち上げロケットの搭載可能体積には制限があるため，大型宇宙構造物をそのままの形状で輸送することは困難である．さらには，搭載可能重量にも制限がある．そのため，大型宇宙構造物は，軽量で，地上では小さく収納でき，宇宙空間で展開できるようなものであることが望ましい．このことを考慮すると，大型宇宙構造物にはゴッサマー構造(膜やインフレータブルチューブといった柔軟性・軽量性を有する物体)と，衛星本体や展開支持構造といった構造物の骨格となる剛性の高い物体から成る構造物が適していると考えられる．

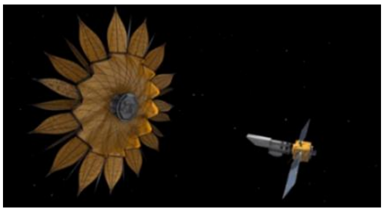


Fig.1 Star shade[1]

ゴッサマー構造は，大気や重力の影響を大きく受けてしまうため，地上で実験を行うことは困難とされている．そのため，これを宇宙空間で実現させるためには，あらかじめその運動を数値解析によって評価しておく必要がある．しかし，ゴッサマー構造は，容易に座屈する，減衰が小さい，運動が大変位・大回転である等，高い非線形性を有するため，安定な数値解析を行うには大きな計算コストが必要となってしまう．

本研究では，軌道上結果と比較し，整合がとられたゴッサマー構造数値解析モデルのモデル低次元化を行い，低次元化による誤差や幾何学的拘束条件への影響を評価する．さらに，数値解析の計算コスト効率化を図り，実際の設計時にも適用できるモデル低次元化手法の確立を目指す．

2. 数値解析モデル

本研究で用いる数値解析モデルは，2010 年に打ち上げられた小型ソーラー電力セイル実証機IKAROS(Fig. 2)の膜面2次展開時の展開挙動を予測したものであり，数値解析にはNEDA(Nonlinear Elasto-Dynamic Analysis code)と呼ばれる非線形有限要素解析ソフトが用いられている[2]．NEDA はエネルギ・モーメンタム法(Energy-Momentum Method : EMM)を基にして開発された，汎用性のある有限要素解析ソフトである．

EMM は機械システムの運動方程式を解くための数値解析法の１つであり，人工的な減衰を入れることなく安定した数値積分をすることができる．EMM はダランベール・ラグランジュ方程式を修正した運動方程式を与え，エネルギ・運動量・角運動量原理を満たす．すなわち，全エネルギの増加は非保存力による仕事と等しく，運動量・角運動量の増加は外力による力積・角力積と等しい(システムに外力が作用しなければ，全エネルギ・運動量・角運動量は保存する)[3]．

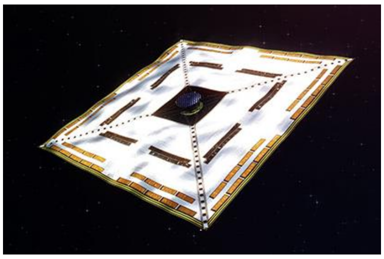


Fig. 2 Small Solar Power Sail Demonstrator “IKAROS”[4]

IKAROS は衛星本体(直径1.6m，高さ0.8m の円柱形状)と膜面(4 つの台形膜を組み合わせた14m 四方の正方形膜)から構成される．膜面は衛星本体が回転することにより得られる遠心力により展開する．また，膜面上には遠心力を得るための先端マスや，衛星本体と膜面を接続するためのテザー，宇宙空間のゴミの数を測定できるダストカウンタ，光の反射率を変更できる液晶デバイス，自由に曲げられる薄膜太陽電池などが配置されている(Fig. 3)．

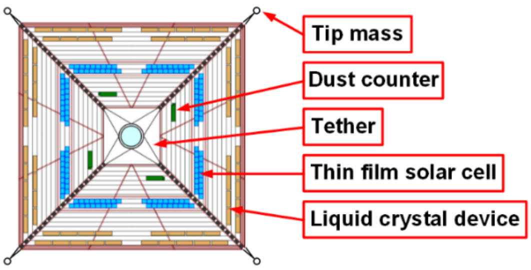
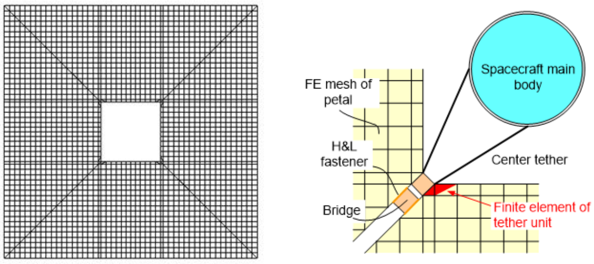


Fig. 3 Sail structure of “IKAROS”[5]

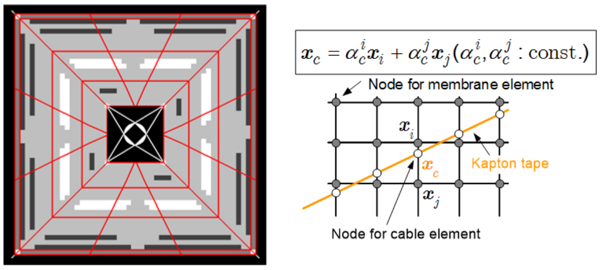
有限要素分割を，Fig. 4(a)に示す．総節点数は3532，総要素数は3754，総ステップ数は1501 である．また，膜面・テザー・衛星本体・先端質量はそれぞれ，膜要素・ケーブル要素・剛体要素・質点で表現されている．テザーユニット(Fig. 4(b))は膜に比べて高剛性であるので，元々の膜要素の上に，高い圧縮剛性を持つ膜要素を重ねている．なお，ブリッジとペタルは面ファスナで接続されており，トラス要素で表現されている．



(a) Finite element mesh　　(b) Tether unit

Fig. 4 Finite element division[5]

膜面は亀裂伸展防止のためにいくつかのテープで補強されており(Fig. 5(a))，このテープはケーブル要素で表現されている．ケーブル要素の節点は自由度を持たず，Fig. 5(b)のように拘束されている．



(a) Reinforsing tape　　(b) Node location

Fig. 5 Finite element model of attached devices[5]

Fig. 6 は軌道上で膜面展開を行った際の衛星本体の角速度と，数値解析モデルから得られた角速度の比較であり，この数値解析モデルが妥当であることが示されている．

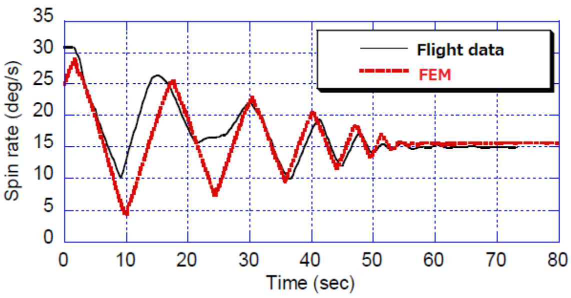


Fig. 6 Comparison of spin rate[5]

3. モデル低次元化手法

3.1. 固有直交分解

本研究では，前項で示した数値解析モデルを固有直交分解(Proper Orthogonal Decomposition : POD)を用いて低次元化する．POD は元の n 次元座標を r 次元座標($n > r$)で表現するために用いる手法である．POD は直交分解の一種であり，直交関数を対象の領域の特徴に合わせて決定するため，元の関数を低次の項のみで表現することが可能である[6].

本研究では，POD を行うために，特異値分解(Singular Value Decomposition : SVD)を用いた[7]. SVD とは，任意行列 $\boldsymbol{A}$ を，2 つのユニタリ行列 $\boldsymbol{U},\boldsymbol{V}$ と 1 つの対角行列 $\boldsymbol{\Sigma}$ の内積で以下の様に表すものである．

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{V}^T$$
$$(\boldsymbol{A} \in \boldsymbol{R}^{m\times n} \quad \boldsymbol{U} \in \boldsymbol{R}^{m\times m}, \quad \boldsymbol{\Sigma} \in \boldsymbol{R}^{m\times n}, \quad \boldsymbol{V} \in \boldsymbol{R}^{n\times n}) \tag{1}$$

行列 $\boldsymbol{U}$ の各列ベクトル $\boldsymbol{U}_1,\ldots,\boldsymbol{U}_m$ を左特異ベクトル，行列 $\boldsymbol{V}$ の各列ベクトル $\boldsymbol{V}_1,\ldots,\boldsymbol{V}_n$ を右特異ベクトルと呼ぶ．これらはそれぞれ $\boldsymbol{R}^m,\boldsymbol{R}^n$ の正規直交ベクトルである．また，対角行列 $\boldsymbol{\Sigma}$ の対角成分 σ_i は，各特異ベクトルのエネルギ量を示しており，行列 $\boldsymbol{A}$ の持つエネルギ E は，

$$E \equiv \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \tag{2}$$

と定義される．この時，行列 $\boldsymbol{A}$ はRank=1 の行列の線形和として，

$$\boldsymbol{A} = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \boldsymbol{U}_i \boldsymbol{V}_i^T \tag{3}$$

と表せる．(3)式は，行列 $\boldsymbol{A}$ を n 個のモードの線形和で表せることを示しており，それぞれのモードを個別に考えることで，行列 $\boldsymbol{A}$ にどのようなモードが含まれているかを知ることができる．これが SVD によって得られる最大の利点である．

式(3)において，行列 $\boldsymbol{A}$ に含まれる全情報に対して，k 次のモード $\boldsymbol{U}_k\boldsymbol{V}_k^T$ がどれくらいの割合の情報を持っているかを示す寄与率(Contribution ratio) C_k は，

$$C_k = \frac{\sigma_k}{E} \tag{4}$$

と表せる. また，k 次モードまでを足し合わせた時の情報量が，行列 $\boldsymbol{A}$ に含まれる全情報量のどれくらいの割合であるかを示す累積寄与率(Cumulative contribution ratio) P_k は，

$$P_k = \frac{1}{E}\sum_{i=1}^{k} \sigma_i \tag{5}$$

と表せる．この値により，元の情報に対してどれくらいの情報を再現できているかを評価することができる．

3.2. モデル低次元化フロー

本研究の解析範囲は，前節で示した数値解析モデルより，2 次展開開始直前から膜面形状が安定する(z 軸周りの角速度が安定する)までのデータ(総ステップ数 : 751)を対象にしている.

まず，フルモデルの解析結果から，ステップごとの各節点の位置ベクトルのみを抽出し，以下の様な行列 $\mathbf{A}$ を生成した．但し，(x_{ij}, y_{ij}, z_{ij}) は i ステップ目における節点 j の座標である．

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_{1,1} & \cdots & x_{751,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1,3532} & \cdots & x_{751,3532} \\ y_{1,1} & \cdots & y_{751,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{1,3532} & \cdots & y_{751,3532} \\ z_{1,1} & \cdots & z_{751,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{1,3532} & \cdots & z_{751,3532} \end{bmatrix} \tag{6}$$

式(6)を用い，Fig. 7 に示す流れで，モデル低次元化処理を行った．

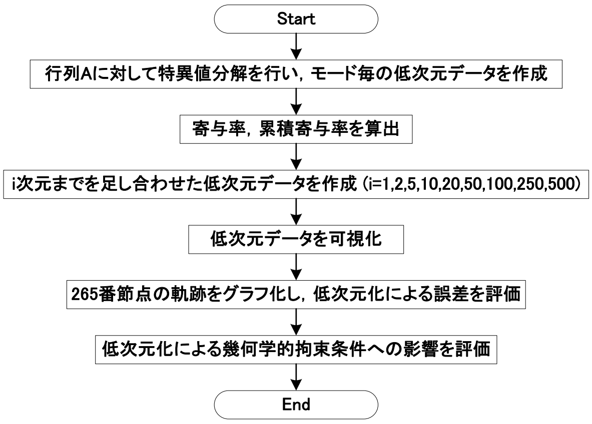


Fig. 7 Flow chart of model reduction

4. モデル低次元化結果

まず SVD を行い，寄与率・累積寄与率を算出した．その結果を Table 1，Fig. 8，Fig. 9 に示す．

Table 1 Contribution ratio & Cumulative contribution ratio

Singular value number	Contribution ratio C_k [%]	Cumulative contribution ratio P_k [%]
1	40.821	40.821
2	40.082	80.903
3	1.702	82.605
50	0.068	94.907
100	0.024	96.873
250	0.007	98.652
500	0.002	99.650
751	0.001	100.000

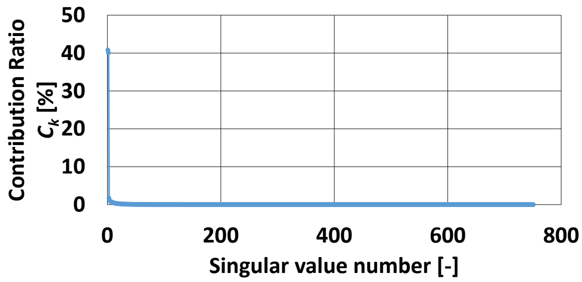


Fig. 8 Contribution ratio C_k

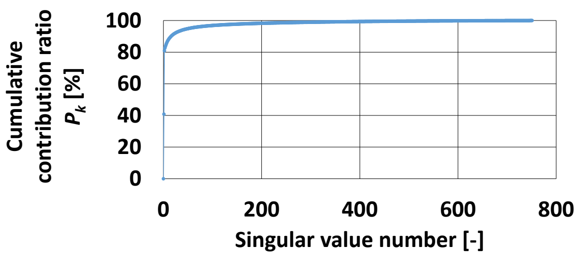


Fig. 9 Cumulative contribution ratio P_k

次に，得られた低次元データを元に，膜面展開挙動の可視化を行った．2 次展開開始($t = 0$)から衛星本体の角速度がほぼ一定になる($t = 50$)範囲の各低次元モデルとフルモデルの展開挙動の一部を Fig. 10 に示す．

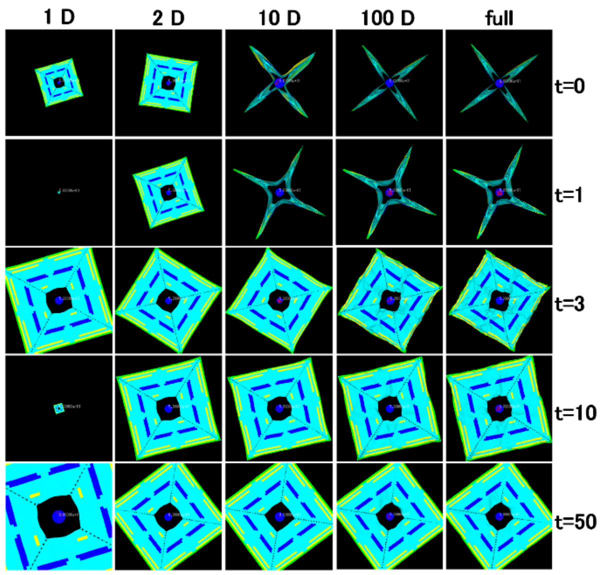


Fig. 10 Second stage deployment (D : Dimension)

次に，265 番節点の各低次元モデルにおける軌跡の一部を，Fig. 11 に示す．

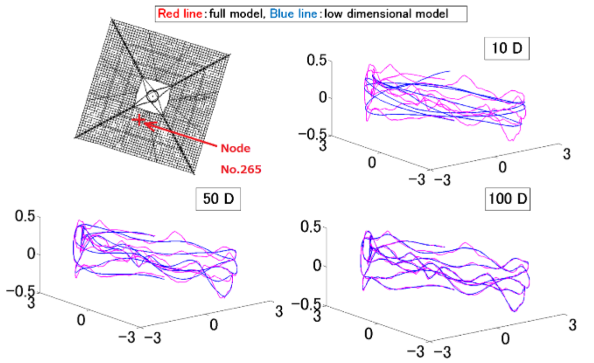


Fig. 11 Trajectory of node No. 265

ここで，フルモデルと低次元モデルの軌跡がどの程度ずれているかを考えるために，誤差率(Error rate) ε を，フルモデルの位置ベクトル $\boldsymbol{X}$ ，低次元モデルの位置ベクトル $\boldsymbol{x}$ として，以下の様に定義する．

$$\varepsilon \equiv \frac{\| \boldsymbol{x} - \boldsymbol{X} \|}{\| \boldsymbol{X} \|} \times 100 \tag{7}$$

式(7)を用いて，265 番節点のフルモデルと低次元モデルの誤差率 ε を算出し，その結果から各低次元モデルにおける最大誤差率 $\varepsilon_{\max}$ を求めた．その結果を Table 2，Fig. 12 に示す．

Table 2 Maximum error rate $\varepsilon_{\max}$

Dimension number	Maximum error rate $\varepsilon_{\max}$ [%]
1	107.36
2	47.58
5	12.17
10	7.08
20	5.21
50	2.08
100	0.73
250	0.23
500	0.11

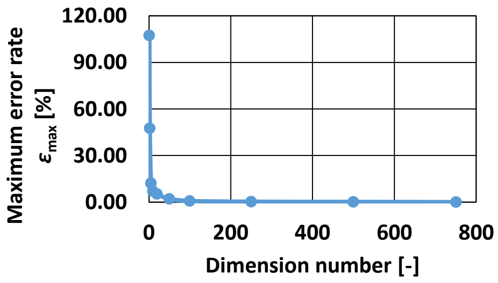


Fig. 12 Maximum error rate $\varepsilon_{\max}$

次に，低次元化による幾何学的拘束条件への影響を考えるため，剛体拘束がかかっている衛星本体の一部の節点に注目する．これを考えるにあたり，Fig. 13 に示すように辺や角度を定義する．

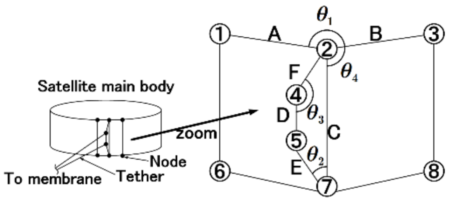


Fig. 13 Definition of angle & side

Fig. 13 に示した角度･辺の長さを各ステップごとに算出した．その内，角度θ_2，辺 C と辺 E の長さの比をそれぞれ Fig. 14, Fig. 15 に示す．

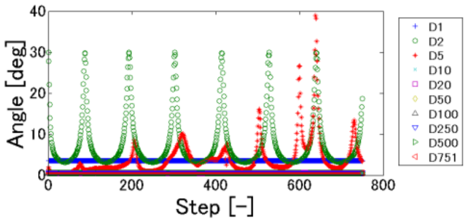


Fig. 14 Angle θ_2

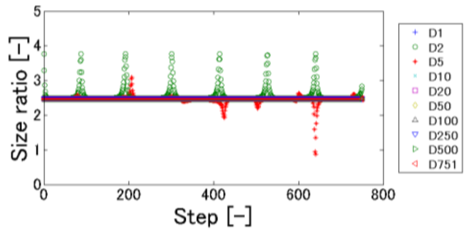


Fig. 15 Size ratio of side C & side E

5. 考察

5.1. 寄与率・累積寄与率・可視化

Table 1 に注目すると，特異値番号が 2 の時，累積寄与率$P_k \approx 81[\%]$であり，特異値番号が 3 の時，寄与率$C_k \approx 1.7[\%]$となっている．従って，フルモデルの持つ情報の大部分は 2 次までで与えられると考えられる．Fig. 10 に注目すると，1 次モードは膜面の伸縮運動，2 次モードは膜面の回転運動を表現していると考えられ，この 2 つのモードがフルモデルの大部分の運動であると考えられる．また，10 次までの情報を用いたモデルでは，膜面の詳細なしわが表現できていないが，100 次までの情報を用いたモデルでは，フルモデルと同様に膜面の詳細なしわが表現できていることがわかる．

5.2. 誤差評価

Table 2 に注目すると，10 次までの情報を用いたモデルでは，最大誤差率$\varepsilon_{\max} \approx 7\%$であり，Fig. 11 の軌跡に注目すると，フルモデルの挙動を表現できていない．一方，100 次までの情報を用いたモデルでは，最大誤差率$\varepsilon_{\max} \approx 0.7\%$であり，Fig. 11 の軌跡を見るとフルモデルと同様の挙動が表現できている．

また，Fig. 12 に注目すると，最大誤差率は次元数が増加するにつれ，指数関数的に減少していることがわかる．このことから，展開挙動を表現するためには，低次モードの持つ情報が重要であることがわかる．

以上のことから，今回の解析対象においては，100 次程度の情報を用いることで，フルモデルと同様に膜面の状態を表現できるといえる．

5.3. 幾何学的拘束条件への影響

Fig. 14，Fig. 15 に注目すると，角度や，辺の長さの比がステップ数によって変化していることがわかる．これは，フルモデルに設定されていた剛体拘束の情報が，低次元化により失われたためだと考えられる．

6. 結論

本研究における結論を以下に示す．

① SVD を用いた低次元化を行うことにより，解析対象がどの様な運動で構成されているのかを知ることができる．

② 今回の解析対象においては，最大誤差率が 1%程度以下になれば，フルモデルの挙動を低次元モデルで表現できると考えられる．

③ 低次元化により，幾何学的拘束条件が満たされなくなる．

今後の研究では，拘束条件を考慮したモデル低次元化を考え，数値解析の効率化が図れるような手法を考えていく．

謝辞

本研究は文科省・科研費 15H04204 の補助を受けて行われました．

参考文献

[1] Salazar Origami, ORIGAMI for an INTERDEPENDENT WORLD, http://www.salazarigami.com/starshade/, 2015.

[2] Yasuyuki MIYAZAKI, Hiraku SAKAMOTO, Yoji SHIRASAWA, Osamu MORI, Hirotaka SAWADA, Masahiko YAMAZAKI, and IKAROS Demonstration Team, Finite Element Analysis of Deployment of Sail Membrane of IKAROS, The 28 International Symposium on Space Technology and Science, 2011-o-4-06v, pp.1-7, Okinawa Convention center, Okinawa, June 5-12, 2011.

[3] 山﨑政彦，膜面宇宙構造物の非線形構造ダイナミクスの低次元化手法の研究，平成 23 年度日本大学大学院理工学研究科航空宇宙工学専攻博士後期課程論文，2012 年．

[4] JAXA，小型ソーラー電力セイル実証機「IKAROS」，http://www.jaxa.jp/projects/sat/ikaros/index_j.html, 2015 年.

[5] Yasuyuki Miyazaki, Yoji Shirasawa, Osamu Mori, Hirotaka Sawada, Nobukatsu Okuizumi, Hiraku Sakamoto, Saburo Matunaga, Hiroshi Furuya, Michihiro Natori, Conserving Finite Element Dynamics of Gossamer Structure and Its Application to Spinning Solar Sail “IKAROS”, 52 AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC/ Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 4-7 April 2011, Sheraton Denver, Denver, Colorado.

[6] 辻義之，田中宏彦，大野哲靖，流体乱流研究から診たプラズマ乱流データの解析(4)組織構造の定義とその抽出，プラズマ・核融合学会誌 85 巻 11 号 774-782, 2009.

[7] 山本有作，特異値分解とその応用，http://www.na.scitec.kobe-u.ac.jp/~yamamoto/lectures/cse-introduction2009/cse-introduction090512.PPT.