

スピン展開膜の相似則の構築

Construction of Similarity Rule of Spin Deployment Membrane

宮崎・山崎研究室

Miyazaki-Yamazaki Laboratory

鈴木脩斗

Shuto Suzuki

Recently, research and development of lightweight, flexible and large space structures is conducted around the world. One of them is the small solar power sail "IKAROS" developed by JAXA in 2010. The ground experiments on a full-scale model of IKAROS was not conducted because IKAROS is a large membrane structure. Therefore, it was developed on the basis of the numerical analysis results. Even though the ground experiments on small models was conducted, the appropriate similarity rule which can estimate the behavior of the actual sail in space was not established. In this paper, a similarity rule of a square membrane deployed by centrifugal force is proposed and the validity of the rule is assessed.

Nomenclature

K_m	膜にかかる運動エネルギー
V_n	位置エネルギー
V_s	膜の内力による歪エネルギー
V_f	折り目の弾性歪エネルギー
V_{fs}	折り目に沿った弾性歪エネルギー
F^{ex}	空気抵抗
ρ, ρ_{air}	膜面密度, 空気密度
h	膜面の厚さ
C	弾性テンソル
θ_0, θ	折り目の変形前後の角度
m_t	先端マスの質量
r_t	膜の端から先端マスまでの位置ベクトル

また、 $\tilde{a}, a^*$ のようにチルダ、アスタリスクがついた文字はそれぞれ a の無次元化量、有次元係数とし、添字 L は大型モデル、添字 S は小型モデルに関する量とする。また、実時間での微分はドット、無次元時間での微分はシングルクォートとする。

1. 序論

1.1. 背景

近年、ミッションの高度化に伴い、宇宙構造物には様々な要求が課せられるようになってきている。中でも、薄い膜面を用いた構造物は軽量でかつ収納性が優れているため、SSPS やソーラーセイル等の大型宇宙構造物として期待されており、世界中で研究が進められている。日本では、2010 年に相乗り衛星として、宇宙研究開発機構(JAXA)によって開発された小型ソーラー電力セイル実証機 IKAROS (Fig.1) が打ち上げられた。[1-3]

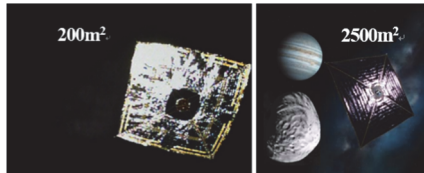


Fig.1 Solar sail (left "IKAROS"[1], right: "Next solar power sail"[2])

現在では IKAROS の実績を踏まえて、Fig.1 の右図のような木星圏探査機が計画・開発されている。木星圏探査機は一边 56m の正方形の大型膜面構造物であり、IKAROS 同様に遠心力を用いた展開方式を採用している。[2-3] 木星圏探査機は

IKAROS よりも大きな膜面を有し、軌道上での膜面展開・展張は容易ではないと予想される。展開・展張を成功させるには探査機の適切な設計開発が必須であり、それには、地上実験により膜面の運動を推定できることが望ましい。しかし、地上には空気抵抗や重力があるため、宇宙環境を模擬することは難しく、薄膜を展開させられるような十分な広さのある場所もないため、薄膜構造物を実機の大きさに展開させるのは極めて困難であると考えられる。そこで、実機の薄膜構造物と相似の小型モデルを用いて実機の膜面展開挙動を推定する方法が検討されている。しかし、現時点では実機の挙動を十分な精度で推定できるような相似則の構築はなされていない。

1.2. 本研究の目的

以上を踏まえて、本研究の目的は以下のように定めた。

- ① 遠心力により展開する正方形薄膜構造物の展開挙動について、運動方程式から相似則を導く。そして、大型スケールモデルと小型スケールモデルを作成し、地上実験を行なって、相似則を評価する。
- ② IKAROS の実機と相似関係をもつ膜構造物を作成して地上実験を行い、IKAROS の軌道上展開挙動と比較することで相似則を評価する。

2. 相似則

例えば、実時間 t と実距離 x を有次元係数 T, X と無次元量 $\tilde{t}, \tilde{x}$ を用いて $t = T\tilde{t}, x = X\tilde{x}$ とおく。また、運動エネルギーを K 、ポテンシャルエネルギーを V 、ラグランジアンを $L = K - V$ 、外力を F とすれば、運動方程式は次式のように書ける。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = XF \quad (1)$$

質量 m 、バネ定数 k の一次元バネ-マス系であれば、 K, V は次式のように書ける。

$$K = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \frac{mX^2}{2T^2} \tilde{x}'^2, V = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{kX^2}{2} \tilde{x}^2 \quad (2)$$

したがって、運動方程式は次式のように書ける。

$$\frac{mX^2}{T^2} \tilde{x}'' + kX^2 \tilde{x} = XF^* \tilde{F} \quad (3)$$

これより、無次元量の運動が大型モデルと小型モデルで一致するには、以下の(4)式の3つの有次元係数が一致すればよい。

$$\frac{mX^2}{T^2}, kX^2, XF^* \quad (4)$$

つまり、この3つが相似パラメータとなる。次項以降では、上記のように各項の相似パラメータを求める。

2.1. 膜にかかる運動エネルギー K_m

膜の微小要素にかかる運動エネルギー K_m は次式のように書ける。ただし、 dA は微小面積である。

$$K_m = \int \frac{1}{2} \rho h \dot{x}^2 dA \quad (5)$$

ここで、微小面積は局所座標 ξ_1, ξ_2 とその共変基底 $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2$ を用いて次式のように表される。

$$dA = |\mathbf{G}_1 \times \mathbf{G}_2| d\xi_1 d\xi_2 = X^2 |\tilde{\mathbf{G}}_1 \times \tilde{\mathbf{G}}_2| d\xi_1 d\xi_2 \quad (6)$$

以上より、(5)式を変形すると次式となる。

$$K_m = \frac{\rho h X^4}{T^2} \int \frac{1}{2} \dot{x}'' |\tilde{\mathbf{G}}_1 \times \tilde{\mathbf{G}}_2| d\xi_1 d\xi_2 \quad (7)$$

これより、相似パラメータは $K_m^* = \rho h X^4 / T^2$ となる。

2.2. 重力によるポテンシャルエネルギー V_g

膜の重力による位置エネルギー V_g は次式のように表される。ただし、重力加速度を g 、重力方向の単位ベクトルを $\mathbf{i}_g$ とする。

$$V_g = -\rho h X^3 g \int (\mathbf{i}_g \cdot \tilde{\mathbf{x}}) |\tilde{\mathbf{G}}_1 \times \tilde{\mathbf{G}}_2| d\xi_1 d\xi_2 \quad (8)$$

これより、相似パラメータは $V_g^* = -\rho h X^3 g$ と書ける。

2.3. 空気抵抗 F^{ex}

膜面の微小要素にかかる空気抵抗 $d\mathbf{F}^{ex}$ が作用していると考え、微小要素に働いた時の仮想仕事 δW^{ex} は仮想変位を $\delta \mathbf{x}$ 、単位ベクトルを $\mathbf{n}$ とすると次式のように書ける。ただし、 C_D は抗力係数である。

$$\delta W^{ex} = -\frac{\rho_{Air} X^5}{T^2} \iint C_D \dots \left(\frac{1}{2} |\tilde{\mathbf{x}}' \cdot \tilde{\mathbf{n}}| (\tilde{\mathbf{x}}' \cdot \tilde{\mathbf{n}}) \tilde{\mathbf{n}} \cdot \delta \tilde{\mathbf{x}} |\tilde{\mathbf{G}}_1 \times \tilde{\mathbf{G}}_2| d\xi_1 d\xi_2 \right) \quad (9)$$

これより相似パラメータは $X F^{ex*} = -\rho_{Air} X^5 / T^2$ となる。

2.4. 膜の内力による弾性エネルギー V_s

膜面の微小要素における弾性エネルギーは次式のように書ける。ただし、 $\tilde{\mathbf{C}}$ は弾性テンソルである。

$$V_s = \int \frac{1}{2} \sigma \varepsilon h dA = \frac{E h X^2 \tilde{\mathbf{C}}}{1 - \nu^2} \iint \frac{\varepsilon^2}{2} |\tilde{\mathbf{G}}_1 \times \tilde{\mathbf{G}}_2| d\xi_1 d\xi_2 \quad (10)$$

$$\tilde{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2(1+\nu) \end{bmatrix} \quad (11)$$

これより、相似パラメータは $V_s^* = E h X^2 \tilde{\mathbf{C}} / (1 - \nu^2)$ となる。

2.5. 折り目の弾性歪エネルギー V_f

折り目の弾性歪エネルギー V_f を曲がり梁の理論を用いて、

$\theta_0 \rightarrow \theta$ と元々曲がっている梁をさらに曲げた時、Fig. 2 の歪エネルギーを求める。

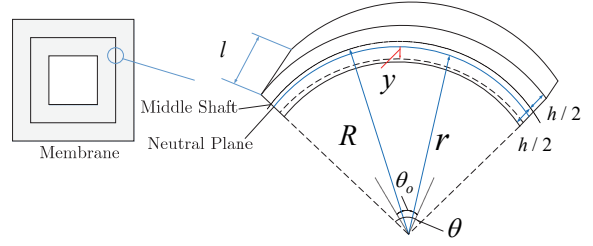


Fig. 2 Crease of Membrane crosswise direction

一般に、歪エネルギーは応力 σ と歪 ε 、微小体積 dV を用いて次式のように求められる。

$$V_f = \int_V \frac{1}{2} \sigma \cdot \varepsilon dV \quad (12)$$

Fig. 2 における応力や歪を折り目の変形角度やヤング率を(12)式に代入し計算していくと、次式のように書ける。

$$V_f = \frac{El}{2\theta_0} (\theta_0 - \theta)^2 \left[R - \frac{3h}{\log |R + 0.5h/R - 0.5h|} \right] h \quad (13)$$

ここで、折り目を完全に折り畳んだ場合の膜面を Fig. 3 に示す。



Fig. 3 Crease perfectly

折り目部分の曲率 R をどんな折り目 θ_0 に対しても一定と仮定すると、次式のように書ける。

$$\frac{h\pi}{2} = R\theta_0 \quad (14)$$

(13)式の対数をテーラー展開し、(14)式を代入すると次式のように書ける。

$$V_f = E h^2 \left(\frac{2\theta_0^2 \pi - 3\pi^3}{12\theta_0 \pi^2 + 2\theta_0^3} \right) (\theta_0 - \theta)^2 \quad (15)$$

これより、相似パラメータは $V_f^* = E h^2$ となる。

2.6. 折り目に沿った弾性歪エネルギー V_{fs}

折り目に沿った弾性歪エネルギー V_{fs} は膜の折り目の縦方向 (Fig. 4) を梁に近似することで求める。

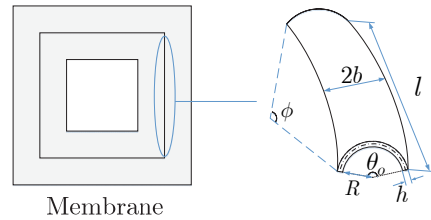


Fig. 4 Crease of Membrane lengthwise direction

梁の歪エネルギーは一般的に次式のように求める。

$$V_{fs} = \int_l \frac{EI\kappa^2}{2} dx \quad (16)$$

また, Fig. 4 の曲げ剛性は参考文献[5]を参照すると, 折り目(縦)の歪エネルギーは次式のように書ける.

$$V_{fs} = \frac{Eb^5}{hl} \frac{4\phi^2\theta_o^2}{45\pi^2} \quad (17)$$

これより, 相似パラメータは $V_{fs}^* = Eb^5/hl$ と書ける. ただし, $\kappa = l/\phi$ の各方向の折り目の曲率である.

2.7. 先端マスの運動エネルギー K_t

先端マスの運動エネルギーは次式で求められる.

$$K_t = \frac{1}{2} m_t \dot{\mathbf{r}}^2 \quad (18)$$

原点を中心とする座標系において, $\mathbf{r}$ は原点から先端マスまでの位置ベクトルである. (18)式に位置ベクトルを代入すると, 先端マスの運動エネルギーは次式のように書ける.

$$K_t = \frac{m_t r_t^2}{T^2} \left(\frac{1}{2} \dot{x}^2 \right) \quad (19)$$

これより, 相似パラメータは $K_t^* = m_t r_t^2/T^2$ となる.

2.8. 回転速度(角速度)

角速度 ω は, 角運動量保存の法則より大型モデルと小型モデルでは次式のような関係とする必要がある.

$$\omega_L T_L = \omega_S T_S \quad (20)$$

2.9. 相似パラメータとIKAROSの諸元

以上より得られた相似パラメータを Table 1 にまとめる. このとき, 膜の大きさ X の比で表されるパラメータ l, b は X に置き換える. また, 考慮する相似パラメータを減らすために各項を膜にかかる運動エネルギーの相似パラメータで割り, 修正する.

Table 1 Similarity Rule Parameter

重力項	$-\frac{gT^2}{X}$	折り目(横)	$\frac{EhT^2}{\rho X^3}$
空気抵抗	$-\frac{\rho_{Air}X}{\rho h}$	折り目(縦)	$\frac{ET^2}{\rho h^2}$
膜面内力	$\frac{ET^2\tilde{C}}{\rho X^2(1-\nu^2)}$	先端マス	$\frac{m_t r_t^2}{\rho h X^4}$

相似則に用いる IKAROS の幾何学・材料パラメータを Table 2 にまとめる.

Table 2 Parameter of IKAROS[®]

材料	ポリイミド
厚さ h_L	7.5 μ m
膜の外周1辺の長さ X_L	13.56m
密度 ρ_L	1.42 kg / m ³
ヤング率 E	3 GPa
ポアソン比 ν	0.3
折数	19 回

Table 1 と Table 2 より, IKAROS と相似となる地上実験膜

面の幾何学パラメータと材料の諸元を Table 3 と Table 4 に示す. ただし, 地上実験は大型真空槽で実験を行うので, 空気抵抗のパラメータはする. また, 筆者らは過去のバロブリックフライトでの真空槽による試験結果から相似パラメータの重力項は他のパラメータに比べ影響が小さいということがわかっているため, 重力項も無視する.

Table 3 Parameter of Ground model

Type 1 (大型スケールモデル)	Type 2 (小型スケールモデル)
X_{s1}	0.767m
h_{s1}	11.5mm
折数	5 回
X_{s2}	0.300m
h_{s2}	4.5mm
折数	5 回

Table 4 Parameter of Material

材料	ポリエステルフィルム(PET)
密度	1.40 kg / m ³
ヤング率	4.0 GPa
ポアソン比	0.3

次節では, 求めた相似則の2つのパターンにおける無次元時間と展開率の比の関係から, 相似則の妥当性評価を行う. また, 相似則の成り立たないパターンについても実験を行い, 相似則の成り立つ実験パターンとの比較を行う.

Table 5 Parameter of no scale model

Type 3(非相似モデル)	
X	0.300m
h	11.5 μ m
折数	5

3. 実験による理論の検証

2章で得られた結果から, 理論の妥当性を示す. 本実験の外観図を以下の Fig. 5 に示す. 実験モデルは大型真空槽内に設置したスピンモーターに取り付け, 大型真空槽(圧力10Pa 以下)での下側からハイスピードカメラ(1000fps)で撮影を行う. また, 大型スケールモデルでは回転数 78rpm, 小型スケールモデル, 非相似モデルでは200rpm で強制回転する.

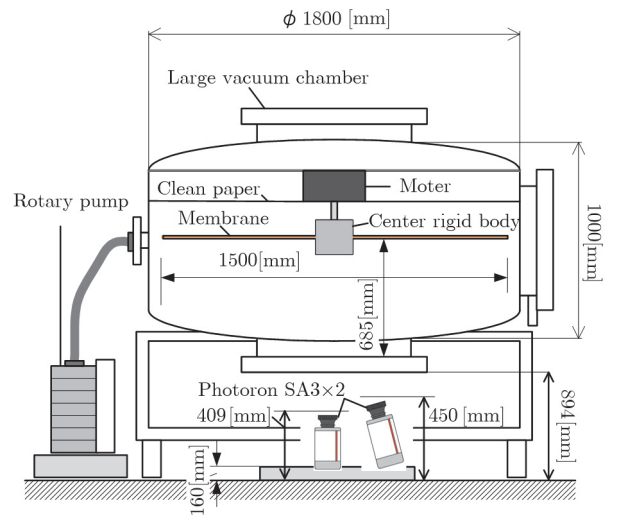


Fig. 5 Experimental Setup

Fig. 6 に膜面の概要図を示す. 3つのタイプの実験結果を以下の Fig. 7 および Fig. 8 に示す. 小型スケールモデルと非相似

モデルは同じ時間の展開の様子を示している。大型スケールモデル、小型スケールモデルでは、膜はそれぞれ135ms、50msまで展開して、以降は収縮、展開を繰り返す結果となった。しかし、非相似モデルは膜面積に対して厚みのある膜を用いているため折り目剛性が強く出てしまい、一部の折り目が展開しきらない様子が見て取れた。

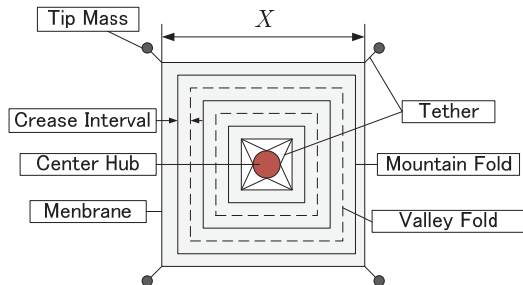


Fig. 6 Schematic of specimen

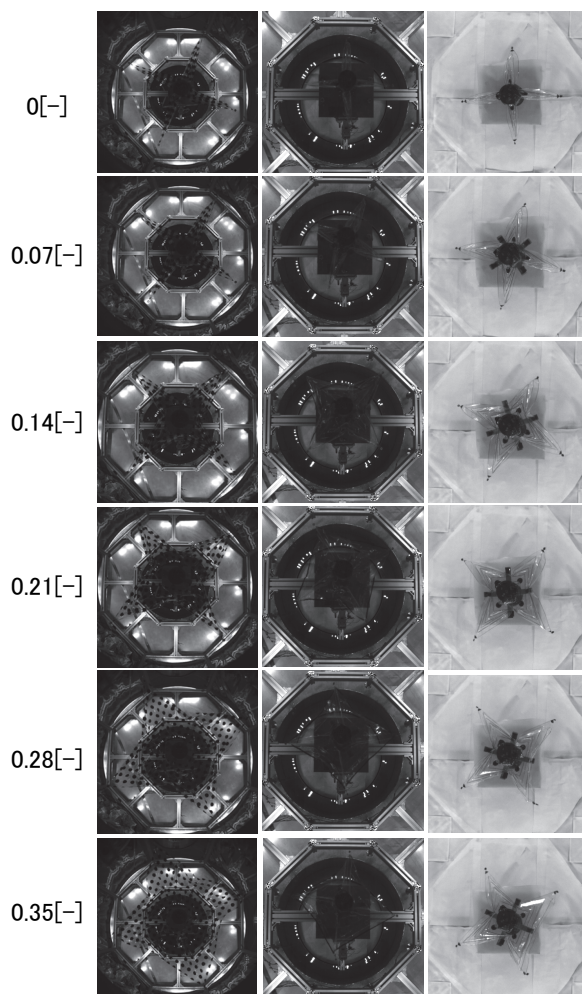


Fig. 7 Result of membrane deployment
(left "large scale", middle "small scale", right "no scale")

対角の先端マス間の距離とその理想展開時の距離との比を展開率と定義する。このとき、Fig. 7から求めた無次元時間と展開率との関係をFig. 8に示す。ただし、距離の算出の際には、ハイスピードカメラの広角レンズの歪みの影響を考慮するため、メジャーをカメラで撮影し、キャリブレーションを行った。

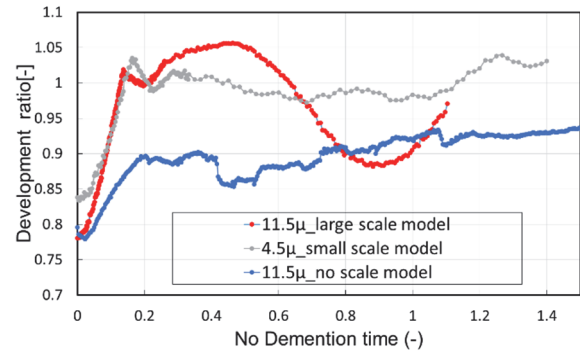


Fig. 8 Deployment rate of change

Fig. 8を見ると、2章で求めた相似パラメータを合わせた大型スケールモデルと小型スケールモデルは無次元時間が0で展開率が約6%程ずれが生じている。理論では相似パラメータがあつていれば、初期の展開率は同じになるはずである。また、展開率は幾何学的に最大の両端の先端マスの距離で比を出しているの1を超えるはずはない。以上の2つは重力とカメラレンズの歪の影響であると考えられる。後者については、キャリブレーションをセンターハブの高さの面とそれよりも18cm低い面で行なわなかったため、膜面が垂れ下がりながら展開した今回の場合はカメラに近い側に来た撮影物が実際よりも大きく見えてしまい展開率1を超える結果になったと考えられる。また、無次元時間0のときの展開率も同様な理由でずれてしまったと考えられる。しかし、無次元時間0での展開率があえば、相似パラメータが一致している膜面同士の展開挙動は一致すると思われる。一方、非相似モデルに関しては展開挙動が全く一致していないことはFig. 8を見れば明らかである。

4. 結論

本研究では相似パラメータを定式化し、相似パラメータが一致している膜面同士の展開挙動と一致していない膜面の展開挙動を比較した結果、相似則が定性的には成り立っており、相似性を考慮しなければ展開挙動が一致しないことがわかった。今後は膜面の先端マスの3次元位置復元を行い、相似則をより詳細に評価する。

謝辞

本研究は文科省・科研費15H04204の補助を受けました。

参考文献

- [1] 奥泉信克, 他, 「小型ソーラー電力セイル実証機IKAROSの薄膜セイル展開挙動」, 日本マイクロ重力応用学会誌, Vol.29, No.1, 2012, 48-55
- [2] 森治, 他, 「ソーラー電力セイルによる木星トロヤ群小惑星探査とその先の小天体探査」, 第15回宇宙科学シンポジウム講演集, S2-010, 2015-01
- [3] Yoji SHIRASAWA, et al., 「Development of Test Model of Solar Power Sail and Its Deployment System for Outer Solar System Exploration Mission」, ISTS, 2013-c-50, 2013
- [4] 日本機械学会, 「材料力学」, 2012, 157.110-112.
- [5] Yasuyuki Miyazaki, et al., 「Analytical solution of the bending of a bi-convex boom」, Mechanical Engineering Journal, 2015, vol2, No6
- [6] JAXA, 「IKAROS 飛翔実験計画書」