

非拘束モードモデルを用いた超小型人工衛星の制御モデル設計

Control model design of small-satellite using de-constrained mode model

Miyazaki · Yamazaki Laboratory

吉原 嘉唯

Kai Yoshihara

Lightweight and high storability, developable property, are desired by the constraints of transport weight and volume limitations of the rocket when released into space the satellite. Therefore, in recent years, launch of small-satellite and deployment of space structures by small-satellite are activity. However, small-satellite with flexible structure was observed problem that interfere with natural frequency of flexible structure and control band. The problem is likely to occur also in small-satellite with flexible structure. In order to avoid the problem, the small-satellite need to take elastic vibration into account model. There in this study, substituting the small-satellite parameter to de-constrained mode model, and evaluated.

1. 緒言

衛星をロケットで宇宙へ放出する際、ロケットの運搬重量の制約により極度の軽量化が図られている。また、近年の衛星へのミッション要求の増大、ロケットの打ち上げ能力の向上により衛星から展開される宇宙構造物は大型化の傾向にある。^[1]しかし、ロケットの運搬量には体積的な限界がある。そのため、小さく格納することが出来、可展開性を持つ衛星が望まれる。近年では Figure 1.1 の様な小型で軽量の超小型人工衛星の打ち上げが盛んに行われている。日本大学でも SEEDS-II (Figure 1.1(上)), 複合膜面構造物展開実証衛星 SPROUT (Figure 1.1(下)) を打ち上げた。SPROUT は一辺 20[cm] の立方体であり、メインミッションとして、二本のインフレーションチューブと膜面から成る一辺 1.5[m] の正三角形の「複合膜面構造物」の展開実証を行う。また、Figure 1.2 のような可展開性のあるブームを進展し、同時に 10[m²] の膜面の展開実証を行った 3U サイズ (30[cm] x 10[cm] x 10[cm]) の NanoSail-D2 が 2010 年に NASA のエイムズ研究センターによって打ち上げられた。^[2]

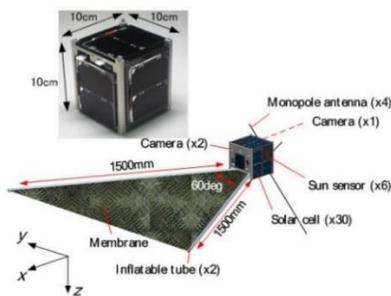


Figure 1.1 超小型人工衛星(SEEDS-II(上),SPROUT(下))



Figure 1.2 NanoSail-D2

衛星の軽量化・大型化が進むことにより、宇宙構造物の固有振動数は低下し姿勢制御の制御帯域に干渉してしまい、構造物を励振させ制御不安定となってしまう可能性があり、過去に打ち上げられた技術試験衛星VI号においてもこの問題は挙げられている^[3]。



Figure 1.3 技術試験衛星VI号^[4]

Figure 1.1,1.2 の様な超小型人工衛星でも同じような現象が起きる可能性がある。従来の宇宙構造物を有する大型の人工衛星はこういった問題の解決方法として、拘束モードモデルを用いてきた。拘束モードモデルは、太陽電池パドルや大型アンテナ等の柔構造物のダイナミクスを衛星との結合点を固定したモード解析から得られる拘束モードを用いて表し、剛体としてモデル化された衛星構体と合成することにより、全体のダイナミクスを構築することが出来るモデルである。^[4]技術試験衛星VIII号でも拘束モードモデルを用いて柔構造物の制御モデルを表している。^[5]拘束モードモデルに関しては、大型衛星のような柔構造物に対して慣性モーメントが十分に大きい場合に適用されるモデルである。超小型人工衛星のような慣性モーメントが小さい衛星は拘束モードモデルを適用することは難しい。その場合、剛体を拘束した拘束モードモデルではなく、非拘束した状態でモード解析を行い、その解析から得られる非拘束モードを用いた柔構造物のダイナミクスを用いる非拘束モードモデルを用いる必要があると思われる。しかし、柔構造物を有する超小型人工衛星の非拘束モードモデルに関する文献は少なく、多くは慣性モーメントの大きい衛星を対象としたものが多い。

そこで本研究では、超小型人工衛星に非拘束モードモデル柔構造物を有する超小型人工衛星 SPROUT のパラメータを代入し、得られた非拘束モードモデルを評価する。

2. 理論

本研究で用いるモデルを構築する際に以下の仮定をおいた。

- 1) 柔軟構造物の変形は弾性変形とする。
- 2) 減衰係数については一般的に用いられる範囲の数値を想定

する。

3) 軌道制御は行わないと仮定し並進運動は考えない。

4) 外力は働かないものとする。

5) センサとアクチュエータは同一軸上に存在するものとし、コロケーションされた状態にあるとする。

この節では拘束モードモデルを導出後、非拘束モードモデルへの変換までの過程を記述する。

2.1 拘束モードモデル

最初に柔構造物を用いた人工衛星の回転運動・弾性振動の方程式を求めると以下の様に表すことが出来る。

$$\text{回転運動: } I\ddot{\theta} + \delta_1 \ddot{u} = T \quad (1)$$

$$\text{弾性振動: } M_e \ddot{u} + C_e \dot{u} + K_e u + \delta_1^T \ddot{\theta} = 0 \quad (2)$$

ここで、 θ は中心剛体の回転角を表す 3×1 行列、 I は衛星の慣性モーメントを表す 3×3 行列である。 T は、衛星全体にかかるトルクを表す 3×1 行列である。柔軟弾性変形の自由度を n として、 u は柔軟体の変形を表す $n \times 1$ 行列、 M_e 、 C_e 、 K_e はそれぞれ柔軟構造物の質量、減衰、剛性を表す $n \times n$ 行列である。これらの値は、有限要素法(FEM)を用いて表す。 δ_1 は 1 次干渉行列を表す $n \times 3$ 行列である。 δ_1 は次のように定義される。

$$\delta_1 = \int \tilde{r} \times \phi dm \quad (3)$$

$$r = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_1 & 0 & -r_3 \\ -r_2 & r_3 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{r} = \begin{bmatrix} 0 & -r_1 & r_2 \\ r_1 & 0 & -r_3 \\ -r_2 & r_3 & 0 \end{bmatrix}$$

r は、柔構造物の取り付け位置から、柔構造物の各微小質量までの距離となる。 \tilde{r} は r の歪対称行列である。また、 ϕ は以下の一般化固有値問題から導出される、固有ベクトルである。

$$K_e \phi = \sigma^2 M_e \phi \quad (4)$$

(1),(2)式を一つの式にまとめると以下の様になる。

$$\begin{aligned} \bar{M}\ddot{q} + \bar{C}\dot{q} + \bar{K}q &= LT \\ y &= Hq \end{aligned} \quad (5)$$

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} I & \delta_1 \\ \delta_1^T & E \end{bmatrix}, \bar{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C_e \end{bmatrix}, \bar{K} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$q = \begin{bmatrix} \theta \\ u \end{bmatrix}, H = L^T = \begin{bmatrix} E^T \\ 0 \end{bmatrix}$$

ここで、 E は単位行列とした。また、(5),(6)式の状態変数を

$$x = \begin{bmatrix} \theta^T & u^T & \dot{\theta}^T & \dot{u}^T \end{bmatrix}^T \quad (7)$$

とおけば、状態方程式表現は、

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E \\ 0 & -R_{12}^T \sigma^2 & 0 & -2R_{12}^T \zeta \sigma \\ 0 & -R_{22} \sigma^2 & 0 & -2R_{22} \zeta \sigma \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ R_{11} \\ R_{12} \end{bmatrix} T \quad (8)$$

$$y = \begin{bmatrix} E & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

となる。ただし、

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12}^T \\ R_{12} & R_{22} \end{bmatrix} = \bar{M}^{-1} = \begin{bmatrix} I & \delta_1^T \\ \delta_1 & E \end{bmatrix}^{-1} \quad (9)$$

とおいた。これが拘束モードモデルとなる。

2.2 非拘束モードモデルへの変換

求めた拘束モードモデルから非拘束モードモデルへの変換を行う。

(5)式の係数行列 \bar{M} \bar{C} \bar{K} はそれぞれ正定対称行列 $\bar{M} = \bar{M}^T > 0$ 、半正定対称行列 $\bar{K} = \bar{K}^T \geq 0$ であることに注目して一般化固有値問題

$$\bar{K}\Psi = \lambda \bar{M}\Psi \quad (10)$$

を解けば、 $(n+3)$ 個の固有値とそれに対応する固有ベクトルが求められる。ここで \bar{M} と \bar{K} の構造から固有ベクトル行列は

$$\Psi = \begin{bmatrix} I^{-1/2} & S \\ 0 & R \end{bmatrix} \quad (11)$$

であり、行列 Ψ によって \bar{M} と \bar{C} と \bar{K} を同時対角化でき、

$$\begin{aligned} \Psi^T \bar{M} \Psi &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \Psi^T \bar{K} \Psi = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \omega^2 \end{bmatrix} \\ \Psi^T \bar{C} \Psi &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2\zeta\omega \end{bmatrix}, \Psi^T L = \begin{bmatrix} I^{-1/2} \\ S^T \end{bmatrix}, q = \Psi\mu \end{aligned} \quad (12)$$

となる。(10),(11),(12)式を用いて、(5),(6)式を表すと

$$\begin{aligned} \ddot{\mu} + \Psi^T \bar{C} \Psi \dot{\mu} + \Psi^T \bar{K} \Psi \mu &= \Psi^T L T \\ y &= L^T \Psi \mu \end{aligned} \quad (13)$$

となる。ここで新たにモード座標を

$$p = \Psi \begin{bmatrix} \eta_r^T & \eta_e^T \end{bmatrix}^T \quad (14)$$

と定義すれば、(13)式は

$$\begin{aligned} \ddot{\eta}_r &= I^{-1/2} T \\ \ddot{\eta}_e + 2\zeta\omega \dot{\eta}_e + \omega^2 \eta_e &= S^T T \\ y &= I^{-1/2} \eta_r + S \eta_e \end{aligned} \quad (15)$$

となる。次に(15)式の状態方程式・観測方程式を導くと以下の様に表すことが出来る。状態変数を

$$x = \begin{bmatrix} \eta_r^T & \eta_e^T & \dot{\eta}_r^T & \dot{\eta}_e^T \end{bmatrix}^T$$

と定義すれば

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega^2 & 0 & -2\zeta\omega \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I^{-1/2} \\ S^T \end{bmatrix} T \quad (17)$$

$$y = \begin{bmatrix} I^{-1/2} & S & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

である。(15)式において、 η_r を剛体モード、 η_e を柔軟モードと呼び、 ω を非拘束モード周波数と呼ぶ。剛体モードは 3×3 の行列であり、柔軟モードは $n \times n$ の行列である。(15)式が非拘束モードモデルとなる。

3. 解析モデル

本研究の目的は、柔構造物を有する超小型人工衛星のパラメータを非拘束モードモデルに代入し評価することであることから Figure 2.1 の様な簡易的なモデルを考える。Figure 2.1 の Satellite は超小型人工衛星を模擬しており、(3)式の r を簡易的

に考えたい為、衛星の重心位置と同軸上に Flexible structure を搭載させた。

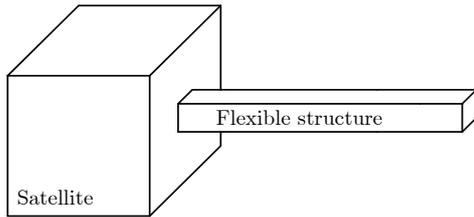


Figure 2.1 解析モデル

モデルのパラメータは、安定性、ゲイン余裕、ステップ応答を比較するためにモデル I の柔構造物を有する大型衛星とモデル II の柔構造物を有する小型衛星の非拘束モードモデルを構築した。パラメータは以下の通りになる。

Table 3.1 モデルパラメータ

I	柔軟構造パラメータ				
	密度[kg/m ³]	ヤング率[Pa]	ポアソン比[-]	断面積[m ²]	断面二次モーメント[m ⁴]
2830	7.00E+10	0.33	1	0.0833	
曲げ剛性[N・m ²]	横弾性係数[-]	捩じり剛性[N/m ²]	柔構造物[kg]	減衰係数[-]	
5.83E+09	2.63E+10	3.70E+09	50	0.01	
主衛星パラメータ					
主衛星質量[kg]	一辺の長さ[m]				
1000	40				
II	柔軟構造パラメータ				
	密度[kg/m ³]	ヤング率[Pa]	ポアソン比[-]	断面積[m ²]	断面二次モーメント[m ⁴]
1543	1.24E+10	0.33	0.01	8.33E-06	
曲げ剛性[N・m ²]	横弾性係数[-]	捩じり剛性[N/m ²]	柔構造物[kg]	減衰係数[-]	
1.03E+05	4.66E+09	2.46E+03	0.01	0.01	
主衛星パラメータ					
主衛星質量[kg]	一辺の長さ[m]				
8	0.8				

I は大型衛星・大型構造物を模擬したパラメータ、II は超小型人工衛星・小型構造物を模擬したパラメータとなっている。また、II のパラメータに関しては SPROUT の仕様及び展開に用いたインフレーターチューブの仕様を参考にした。

4. 解析結果

作成した非拘束モードモデルの安定性を評価するために極・零点配置を確認する。モード数は全部で 54 個あり、グラフには、54 個分の極・零点を記載する。

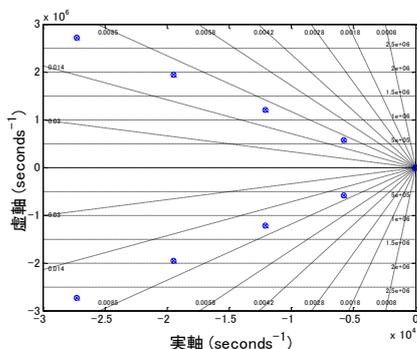


Figure 4.1 モデル I の極・零点位置

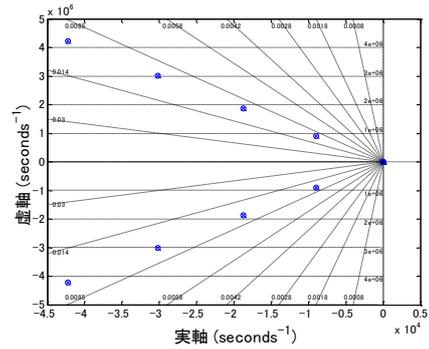


Figure 4.2 モデル II の極・零点配置図

次に、I、II モデルについてのボード線図を表す。今回のモデルは多入力多出力系であるため、(入力の数 × 出力の数) だけ存在し、これら全要素のボード線図を図に表すのは大変であるため入力の軸と出力の軸が対応したもの、つまり対角項のみを今回はボード線図に表す。

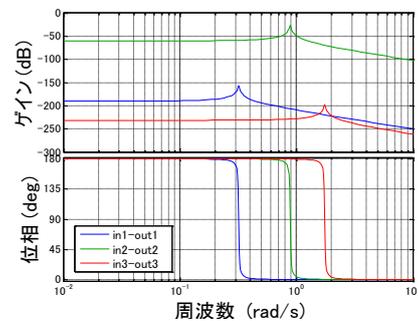


Figure 4.3 モデル I のボード線図

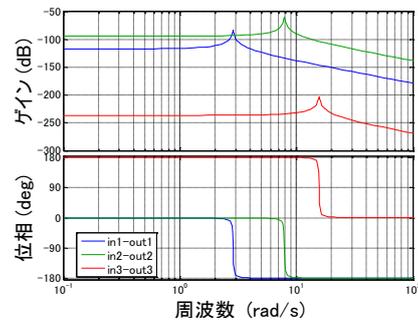


Figure 4.4 モデル II のボード線図

最後に、モデル I、II にステップ入力し、柔軟モードの変位の応答波形を確認する。その結果は以下の様になる。

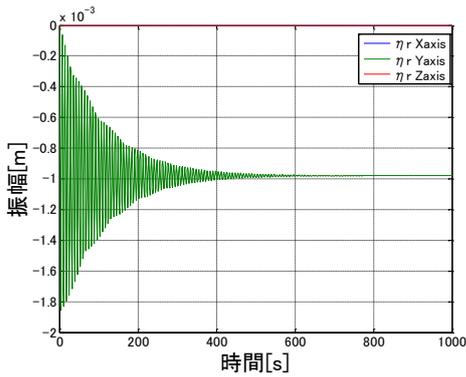


Figure 4.5 モデル I のステップ応答

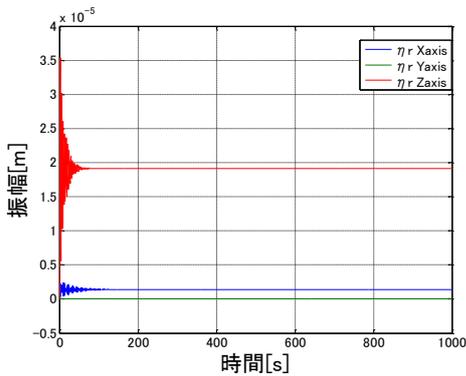


Figure 4.6 モデル II のステップ応答

5. 検証

5.1 極・零点位置での検証

モデル I, II の固有値を求めると, 49 次~54 次モードまでの固有値は 0 となった. (10)式の一般化固有値問題より固有値は

$$\lambda = 0, 0, 0, \omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_n^2$$

となる. この時, 3 つの零固有値は剛体モードに対応するものである. また, 1~48 次の固有値が柔軟モードに当たる. [6]この検証により, モデル I, II 共に剛体モード, 柔軟モードに固有値が分かれていることが分かった.

5.2 ボード線図での検証

次に Figure 4.3,4.4 の ボード線図を用いて, ゲイン余裕, 位相余裕を見ると, モデル I のゲイン余裕は各軸, 190[dB], 60.2[dB], 231[dB]あり位相余裕は各軸, 正の値に発散している. IIモデルのゲイン余裕は X 軸, Y 軸ともに, 正の値に発散している. Z 軸は 237[dB]の余裕があった. また位相余裕に関しては, 各軸, 正の値に発散しているのが分かる. この結果より II のモデルに関してもフィードバック制御系の安定度は良いというのが分かる. I のモデルと II のモデルを比較すると, ゲイン余裕, 位相余裕ともに超小型人工衛星を模擬した II のモデルのほうが良好である. また, フィードバック制御系の安定度のみではなく, これらの安定性の余裕は, 制御対象のモデルに誤差があるときにもフィードバック制御系が安定であるための条件を与えるものであり, これをロバスト安定性とい

い[7]今回のシミュレーション結果からはモデルのロバスト安定性は良いというも分かる.

5.3 ステップ応答での検証

Figure 4.5,4.6 のステップ応答は, ボード線図と同様, 対角項の応答波形を見た. I モデルは収束するまでに約 500[s]かかっているのに対し, IIモデルは約 60[s]で収束しているのが分かる. これは, IIモデルのモデルパラメータが Iモデルよりも小さく設定されているためである. また, 今回設定した減衰係数は, 0.001[]と応答波形では不足減衰が起きる値に設定してあるため, ステップ入力を加えてからの減衰は時間と共に強くなっていっているのが分かる.

6. 結言

本研究の成果を次に挙げる.

- 柔構造物を有する超小型人工衛星での非拘束モードモデルを作成した.
- 作成した非拘束モードモデルは極, ゲイン余裕・位相余裕を見ることで安定していることが分かった.

今後の課題として, 本研究では, 超小型人工衛星のパラメータでの非拘束モードモデルを作成したが, 非拘束モードモデルが超小型人工衛星に適用出来たと判断が出来ていない. その他に, 柔構造物をモデル化する際に計算コストを減らすためにトランケーションさせる. トランケーション後の計算結果とフルモデルの計算結果の誤差がどの程度であるかを検証する必要がある. また, 実際の柔構造物を有する超小型人工衛星 SPROUT のような膜を有した超小型人工衛星での非拘束モードモデルを作成し評価を行ってゆく.

参考文献

- [1] 長塩・木田, パラメータ変動のある宇宙構造物の制御, 日本機械学会誌, 93-99,1999
- [2] http://www.nasa.gov/mission_pages/smallsats/11-148.html
- [3] 木田・他 5 名, 日本航空宇宙学会誌, 35-407, 1987
- [4] 木田隆, 大型宇宙構造物の姿勢制御に関する研究, 2003
- [5] 濱田吉郎・他 3 名, ETS-VIII次世代姿勢制御実験とゲインスケジューリング制御の応用検討, 2006
- [6] 狼嘉彰・藤井裕矩, 柔軟衛星のモデリング・ハイブリッド・システムとトランケーション, 日本航空宇宙学会誌, 263-274, 1984
- [7] 木田隆, フィードバック制御の基礎, 培風館, 2003
- [8] 姿勢制御研究委員会, 人工衛星の力学と制御ハンドブック, 培風館, 2007